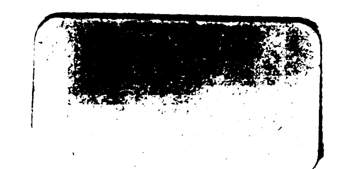




SAMMLUNG VON AUFGABEN

AUS DER GALVANISCHEN

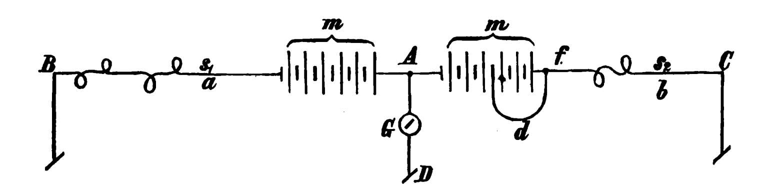
ELEKTRIZITÄTSLEHRE

MIT BESONDERER RÜCKSICHT FÜR TELEGRAPHEN-BEAMTE.

Von

FERDINAND KOVAČEVIĆ

K. UNG. TELEGRAPHEN-DIREKTIONS-SEKRETÄR IN AGRAM.



MIT 47 IN DEN TEXT GEDRUCKTEN HOLZSCHNITTEN.

PRAG, 1881.

VERLAG VON H. DOMINICUS.

VORWORT.

Das richtige Verständniss und insbesondere die richtige Anwendung der in der galvanischen Elektrizitätslehre wichtigsten Gesetze ist an die Bedingung einer vielseitigen Uebung geknüpft. Diese lässt sich jedoch nur durch Bearbeitung verschiedener einschlägiger Aufgaben erlangen.

Mit diesem Werkchen, welches eine Sammlung systematisch geordneter Aufgaben nebst deren Lösungen enthält, strebe ich diesen Zweck an, und hege den Wunsch, dass selbes insbesondere bei angehenden und wirklichen Telegraphenbeamten, welche sich für höhere Fachprüfungen vorbereiten, eine freundliche Aufnahme finden möge.

FERDINAND KOVAČEVIĆ.

INHALT.

AUFGABEN.

I.

WIDERSTÄNDE.

1. Was versteht man unter „spez. Leitungswiderstand“ und was unter „spez. Leitungsfähigkeit“?

2. In welchem Verhältniss stehen Leitungsfähigkeit und Leitungswiderstand eines Leiters?

3. Wenn W den Widerstand eines Leiters bedeutet, wie gross ist dessen Leitungsfähigkeit F?

4. Wie gross ist der Widerstand W eines Leiters, dessen Leitungsfähigkeit F ist?

5. Wenn der spez. Leitungswiderstand des Quecksilbers $= 1$ angenommen wird, so ist nach Müller jener des Kupfers $= 0{,}0182$ und des Eisens $= 0{,}1176$. Wie gross sind diese Verhältnisszahlen, wenn einmal der Widerstand des Kupfers und das zweitemal jener des Eisens als Einheit angenommen wird?

6. Aus den obigen spez. Leitungswiderständen sind die spez. Leitungsfähigkeiten zu bestimmen, wenn einmal Quecksilber, das zweitemal Kupfer und das drittemal Eisen zur Einheit genommen wird.

7. Zwei Leiter von den Widerständen a und b werden hinter einander geschaltet. Wie gross ist deren Gesammtwiderstand W und Gesammtleitungsfähigkeit F?

8. Wie gross sind W und F in der vorigen Aufgabe, wenn $a = 10$ und $b = 15$ ist?

9. Zwei Drähte von den Widerständen a und b werden parallel geschaltet. Wie gross ist deren Gesammtleitungsfähigkeit F und der Gesammtwiderstand W?

10. Wie gross sind F und W in der vorigen Aufgabe, wenn $a = 20$ und $b = 30$ ist?

11. Vier Drähte von den Widerständen a, b, c und d werden hinter einander geschaltet. Wie gross ist deren Gesammtwiderstand W und die Gesammtleitungsfähigkeit F?

12. Dieselbe Frage wie in 11, wenn die Drähte parallel geschaltet werden.

13. Wie gross ist W und F in den Aufgaben 11 und 12, wenn $a = b = c = d$ ist?

14. n Leitungsdrähte, jeder vom Widerstande a, werden hinter einander geschaltet. Wie gross ist deren Gesammtleitungswiderstand?



15. Dieselbe Frage, wenn die Drähte parallel geschaltet werden.

16. Zu einem Drahte vom Widerstande a wird ein zweiter parallel geschaltet. Wie gross muss der Widerstand x dieses Drahtes sein, damit der Gesammtwiderstand $= W$ sei?

17. Hinter zwei parallel geschaltete Drähte von den Widerständen a und b wird ein dritter Draht vom Widerstande c geschaltet. Wie gross ist der Gesammtwiderstand W?

18. Wie gross ist W in der vorigen Aufgabe, wenn $a = 20$, $b = 30$ und $c = 40$ ist?

19. Wie gross ist der Widerstand W eines Schliessungskreises, dessen Halbmesser $= r$ Widerstands-Einheiten beträgt?

20. Wie gross ist der Widerstand W, wenn die beiden Hälften dieses Kreises als parallel geschaltet gedacht werden?

21. Wie gross ist der Widerstand W, wenn die beiden parallel geschalteten Theile durch Bögen von 90^0 und 270^0 dieses Kreises repräsentirt sind?

22. Zwei in einem Punkte sich berührende Kreise, deren Halbmesser R und r Widerstands-Einheiten betragen, werden als parallel geschaltet gedacht. Wie gross ist

a) der Gesammtwiderstand W und

b) der Halbmesser x eines Kreises, dessen Widerstand jenem W gleich ist?

23. Was versteht man unter dem Ausdrucke „reduzirter Widerstand eines Leiters?"

24. Welches ist der allgemeine Ausdruck für den reduzirten Widerstand W eines Leitungsdrahtes von der Länge l, vom Querschnitte q und vom spez. Leitungswiderstand w, und wie lässt sich derselbe in Worte fassen?

25. In welchem Verhältniss stehen die reduzirten Widerstände W und $W_{,}$ zweier Leitungsdrähte, deren Längen durch l und $l_{,}$, die Querschnitte durch q und $q_{,}$ und die spez. Leitungswiderstände durch w und $w_{,}$ ausgedrückt sind?

26. Welche Folgerungen ergeben sich aus diesem Verhältniss, wenn

a) $l = l_{,}$;

b) $w = w_{,}$;

c) $l = l_{,}$ und $q = q_{,}$;

d) $l = l_{,}$ und $w = w_{,}$ und

e) $q = q_{,}$ und $w = w_{,}$ ist?

27. Wie gestaltet sich die Aufgabe 24, wenn statt dem spez. Leitungswiderstande w die spez. Leitungsfähigkeit k substituirt wird?

28. Welche Widerstands-Einheiten sind in der Telegraphie gebräuchlich? Definition derselben.

29. Wie gestaltet sich das Verhältniss in der Aufgabe 25, wenn der Querschnitt $q_{,}$ ein Quadrat von der Seitenlänge $d_{,}$, und jener q ein Kreis vom Durchmesser d ist?

30. Dieselbe Frage, wenn beide Querschnitte q und $q_{,}$ Kreisflächen von den Durchmessern d und $d_{,}$ vorstellen.

31. Wie gross ist der Widerstand W eines Leitungsdrahtes von der Länge l, vom Durchmesser d und vom spez. Leitungswiderstande w in Siemens-Einheiten (S. E.) ausgedrückt?

32. Dieselbe Frage, in Jacobi's Einheiten (J. E.) ausgedrückt.

33. Wie gross ist der Widerstand, wenn in voriger Aufgabe der Leitungsdraht aus Kupfer besteht?

34. Es ist zu berechnen, wie viel Einheiten enthalten sind
a) Siemens'sche in der Jacobi'schen;
b) Jacobi'sche in der Siemens'schen;
c) Siemens'sche in der Kilometer-Einheit;
d) Jacobi'sche in der Kilometer-Einheit.

35. Wie gross ist der Widerstand einer 1 Kilometer langen Eisenleitung von 5, 4,5 und 3 mm. Durchmesser in Siemens-Einheiten?

36. Dieselbe Frage in Jacobi's Einheiten, wenn der spez. Leitungswiderstand des Quecksilbers zur Einheit genommen wird.

37. Wie gross ist der Widerstand W in Jacobi's Einheiten eines Kupferdrahtes, welcher eine Länge von 6,25 m. und einen Durchmesser von 0,25 mm. besitzt?

38. Wie gross ist der Widerstand W des in voriger Aufgabe bezeichneten Kupferdrahtes in Siemens-Einheiten ausgedrückt?

39. Wie gross muss die Länge l eines Kupferleitungsdrahtes sein, welcher bei 0,25 mm. Durchmesser einen Widerstand $W = 100$ Jacobi's Einheiten besitzen soll?

40. Wenn der Widerstand W eines Kupferleitungsdrahtes $= 100$ Siemens'sche Einheiten beträgt, wie gross ist dessen Länge l, wenn der Durchmesser 0,25 mm. besitzt?

41. Ein Eisenleitungsdraht von 1 mm. Durchmesser besitzt einen Widerstand $W = 100$ Siemens'sche Einheiten. Wie gross ist dessen Länge l?

42. Wie gross muss die Länge eines 0,75 mm. dicken Eisenleitungsdrahtes sein, damit er dem Durchgange des elektrischen Stromes denselben Widerstand darbietet, wie ein 0,25 mm. dicker und 20 m. langer Kupferdraht?

43. Der 3 mm. starke Eisendraht einer 7,5 Kilometer langen Telegraphen-Leitung soll durch einen 5 mm. starken Eisendraht ersetzt werden. Wie gross ist die Differenz D der Widerstände in S. E.?

44. Dieselbe Frage, wenn der Ersatz durch 4,5 mm. starken Eisendraht stattfindet.

45. In welchem Verhältniss stehen die Widerstände W und $W_,$ zweier gleich langen Leitungen aus Eisendraht, von denen die eine einen Durchmesser von d mm. und die andere einen solchen von $d_,$ mm. hat?

46. Wie gross ist dieses Verhältniss in der vorigen Aufgabe, wenn $d = 3$ mm. und $d_, = 5$ mm. ist?

47. Ein Kupferdraht von der Länge l und vom Durchmesser d soll durch einen Eisendraht von derselben Länge ersetzt werden. Wie gross muss dessen Durchmesser x sein, damit die Widerstände gleich bleiben?

48. Wenn der Halbmesser des Kupferdrahtes = 1 ist, wie gross muss der Durchmesser x des Eisendrahtes sein, damit die Widerstände in der vorigen Aufgabe gleich bleiben?

49. Wie gross muss der Querschnitt $q_,$ eines Eisendrahtes sein, damit er dem Durchgange des elektrischen Stromes denselben Widerstand entgegensetzt, wie ein Kupferdraht von derselben Länge und vom Querschnitte q?

50. In welchem Verhältniss steht der Widerstand eines Kupferdrahtes von d mm. Durchmesser zu jenem eines gleich langen Eisendrahtes von $d_,$ mm. Durchmesser?

51. Dieselbe Frage, wenn $d = 3$ mm. und $d_, = 4$ mm. ist.

52. Wenn der Durchmesser eines in der Luft ausgespannten Eisendrahtes in Folge Oxydation jährlich um 0,043573 mm. schwindet, wie gestalten sich die Widerstandsverhältnisse eines 5 mm. starken Eisenleitungsdrahtes nach Verlauf von 15 Jahren?

53. Dieselbe Frage bezüglich eines 3 mm. starken Eisendrahtes.

54. Hinter einen Kupferdraht von der Länge l und vom Durchmesser d wird ein Eisendraht von der Länge $l_,$ und vom Durchmesser $d_,$ geschaltet. Wie gross ist

a) der Gesammtwiderstand W in Siemens'schen Einheiten;
b) die Länge L eines Kupferdrahtes vom Durchmesser D, welcher denselben Widerstand W bietet, und
c) die Länge $L_,$ eines Eisendrahtes vom Durchmesser $D_,$, welcher gleichfalls denselben Widerstand W bietet?

55. Wie gross sind die numerischen Werthe von W, L und $L_,$, wenn $l = 100$ m.; $l_, = 50$ m.; $d = 0{,}5$ mm.; $d_, = 0{,}6$ mm.; $D = 0{,}8$ mm. und $D_, = 1{,}2$ mm. beträgt?

56. Dieselbe Frage wie in 54, wenn die beiden Drähte parallel geschaltet werden.

57. Welche numerischen Werthe resultiren für W, L und $L_,$, wenn für l, $l_,$, d, $d_,$, D und $D_,$ dieselben Werthe wie in der Aufgabe 55 angenommen werden?

58. Zwischen zwei Stationen, deren Entfernung = l Meter beträgt, sind zwei Eisendrahtleitungen von den Durchmessern d und $d_,$ ausgespannt. Diese beiden Leitungen werden betrachtet:

a) als hinter einander geschaltet;
b) als neben einander oder parallel geschaltet. Wie gross ist in beiden Fällen der Gesammtwiderstand in Siemens-Einheiten?

59. Wie gross sind die numerischen Werthe der Resultate in der vorigen Aufgabe, wenn $d = 3$ mm.; $d_, = 5$ mm. und $l = 2$ Kilometer = 2000 Meter beträgt?

60. An einer zwischen zwei Stationen A und B ausgespannten Luftleitung vom Widerstande L tritt nach a Widerstands-Einheiten, von der Station A betrachtet, eine Ableitung vom Widerstande b auf. Wie gross ist:

a) der Widerstand des ganzen Systems für jede Station, und
b) wo muss die Ableitung situirt sein, damit diese Widerstände gleich sind?

61. Ein Stück Metall, dessen Volumen $= V$ cbcm. beträgt, wird zu einem Drahte ausgezogen, dessen Widerstand $= W$ Siemens-Einheiten betragen soll. Wie gross ist dessen Länge l in Metern und der Durchmesser d in Millimetern?

62. Welche Werthe resultiren nach der vorigen Aufgabe für l und d, wenn $V = 100$ cbcm. und $W = 100$ Siemens-Einheiten beträgt und wenn das Metallstück aus Kupfer besteht?

63. Dieselbe Frage, wenn das Metallstück aus Eisen besteht.

64. Dieselbe Frage wie in 61, wenn der Widerstand des Drahtes $= W$ Jacobi'sche Einheiten betragen soll.

65. Wie gross sind l und d in der vorigen Aufgabe, wenn das Metall Kupfer ist und $V = 100$ cbcm. und $W = 100$ J. E. beträgt?

66. Dieselbe Frage, wenn das Metallstück aus Eisen besteht.

67. Ein Stück Metall vom spez. Gewichte s, dessen Gewicht $= G$ Kilogramm beträgt, wird zu einem Drahte ausgezogen, dessen Widerstand $= W$ Siemens-Einheiten betragen soll. Wie gross ist dessen Länge l in Metern und der Durchmesser d in Millimetern?

68. Wie gross sind l und d für Kupfer vom spez. Gewichte $s = 8{,}8$, wenn $G = 1$ Kilogramm und $W = 100$ S. E. ist?

69. Dieselbe Frage für Eisen vom spez. Gewichte $s = 7{,}81$, wenn $G = 1$ Kilogramm und $W = 100$ S. E. ist.

70. Dieselbe Frage wie in 67, wenn der Widerstand des Drahtes $= W$ Jacobi'sche Einheiten betragen soll.

71. Wie gross sind l und d in der vorigen Aufgabe für Kupfer vom spez. Gewichte $s = 8{,}8$, wenn $G = 1$ Kilogramm und $W = 100$ J. E. ist?

72. Dieselbe Frage für Eisen vom spez. Gewichte $s = 7{,}81$, wenn $G = 1$ Kilogramm und $W = 100$ J. E. ist.

73. In welchem Verhältniss stehen die Widerstände W und $W_,$ zweier gleich langen Leitungsdrähte verschiedener Materie von den spez. Gewichten s und $s_,$, wenn das Gewicht des ersten Drahtes g und jenes des zweiten $g_,$ beträgt, und der spez. Leitungswiderstand des ersten Drahtes w und jener des zweiten Drahtes $w_,$ ist?

74. Welches Verhältniss resultirt aus der vorigen Aufgabe, wenn der erste Draht aus Kupfer und der zweite aus Eisen besteht und wenn $g = 30$ und $g_, = 55$ ist?

75. Wie gross ist das Verhältniss der Widerstände, wenn in der Aufgabe 73 $s = s_,$ ist, d. h. wenn die beiden Drähte aus derselben Materie bestehen?

76. Wie gross ist dieses Verhältniss für Eisenleitungsdrähte, wenn $g = 55$ Kilogramm und $g_, = 153$ Kilogramm ist?

77. Dieselbe Frage, wenn $g = 124$ Kilogramm und $g_, = 153$ Kilogramm ist.

78. Ein Draht vom Gewichte $g_,$ besitzt einen Widerstand $W_,$. Wie gross ist das Gewicht g eines andern gleich langen Drahtes derselben Materie, dessen Widerstand W ist?

79. Wie gross ist g, wenn $g_, = 55$, $W_, = 16{,}645$ und $W = 6$ ist?

80. Wie gross ist g, wenn $g_, = 55$, $W_, = 16{,}645$ und $W = 7{,}4$ ist?

81. Wie gross ist g, wenn $g_, = 152{,}579$, $W_, = 6$ und $W = 9{,}363$ ist?

82. Ein Draht vom Gewichte $g_,$ besitzt einen Widerstand $W_,$. Wie gross ist der Widerstand W eines andern gleich langen Drahtes derselben Materie, dessen Gewicht g ist?

83. Wie gross ist W, wenn $W_, = 16{,}645$, $g_, = 55$ und $g = 152{,}579$ ist?

84. Wie gross ist W, wenn $W_, = 9{,}363$, $g_, = 97{,}77$ und $g = 55$ ist?

85. Wie gross ist W, wenn $W_, = 6$, $g_, = 152{,}579$ und $g = 97{,}77$ ist?

86. In welchem Verhältniss stehen die Widerstände W und $W_,$ zweier Drähte gleichen Volumens jedoch verschiedener Materie und verschiedener Dimensionen, — d und $d_,$ für die Durchmesser und l und $l_,$ für die Längen — wenn w und $w_,$ deren spez. Leitungswiderstände sind?

87. Dieselbe Frage, wenn die beiden Drähte aus gleichem Material bestehen.

88. In welchem Verhältniss stehen die Widerstände W und $W_,$ zweier Drähte gleichen Gewichtes jedoch verschiedener Materie von den spez. Gewichten s und $s_,$ und von den spez. Leitungswiderständen w und $w_,$, wenn deren Dimensionen durch d und $d_,$ für die Durchmesser und durch l und $l_,$ für die Längen ausgedrückt sind?

89. Dieselbe Frage, wenn die beiden Drähte aus gleicher Materie bestehen.

90. Ein Draht vom Durchmesser d und vom Widerstande W wird weiter zu einem Drahte ausgezogen, dessen Durchmesser $d_,$ ist. Wie gross ist der Widerstand dieses neuen Drahtes?

91. Dieselbe Frage, wenn $d = 5$, $W = 100$ und $d_, = 3$ beträgt.

92. Ein Draht vom Widerstande W und von der Länge l wird weiter zu einem Drahte ausgezogen, dessen Länge $l_,$ ist. Wie gross ist dessen Widerstand $W_,$?

93. Wie gross ist $W_,$ in der vorigen Aufgabe, wenn $W = 60$, $l = 100$ und $l_, = 250$ ist?

94. Ein Metallstück von der Länge $= L$ Meter und vom Querschnitt $= Q$ □cm. wird zu Draht ausgezogen, dessen Durchmesser $= d$ mm. beträgt. Wie gross ist, wenn w dessen spez. Leitungswiderstand bedeutet,

a) die Länge l und

b) der Widerstand W desselben in S. E.?

95. Wie gross sind l und W in der vorigen Aufgabe, wenn das Metallstück ein Eisenstück ist, dessen Länge $L = 100$ m. und der Querschnitt $Q = 10$ □cm. beträgt, der Durchmesser d des ausgezogenen Drahtes aber 3 mm. und der spez. Leitungswiderstand $w = 0{,}1176$ ist?

96. Bei denselben numerischen Werthen für L, Q und d wie in der vorigen Aufgabe soll die Länge l und der Widerstand W bestimmt werden, wenn das Metallstück ein Kupferstück und daher $w = 0{,}0186$ ist.

97. Ein Draht von der Länge l, vom Querschnitte q und vom spez. Leitungswiderstande w wird weiter zu einem Drahte ausgezogen, dessen Widerstand m mal so gross als jener des ursprünglichen Drahtes

sein soll. Wie gross ist die Länge $l,$ und der Querschnitt $q,$ dieses Drahtes im Verhältniss zu l und q des ersten Drahtes?

98. Wie gross ist $l,$ und $q,$, wenn $m = 2$ ist?

99. Dieselbe Frage, wenn $m = 4$ ist.

100. Dieselbe Frage, wenn $m = 9$ ist.

101. Wovon hängt der Widerstand eines galvanischen Elements ab?

102. Welches ist der allgemeine Ausdruck für den reduzirten Widerstand eines Elements?

103. In welchem Verhältniss stehen die Widerstände W und $W,$ zweier galvanischen Elemente, wenn die Oberfläche ihrer Metallplatten durch q und $q,$, der Abstand dieser durch l und $l,$ und die spez. Leitungswiderstände der angewendeten Flüssigkeiten durch w und $w,$ ausgedrückt sind?

104. Wie gross ist dieses Verhältniss für zwei gleichartige Elemente, wenn $q = q,$ und $l = m\,l,$ ist, d. h. wenn die Oberflächen gleich gross und der Abstand der Metallplatten des ersten Elements m mal so gross ist als jener des zweiten Elements?

105. Dieselbe Frage, wenn $q = q,$ und $l, = m\,l$ ist.

106. In welchem Verhältniss stehen die Widerstände W und $W,$ zweier gleichartigen Elemente, wenn $l = l,$ und $q = m q,$ ist?

107. Wie gross ist $W,$ wenn in der vorigen Aufgabe $m = 2, 3, 4$ angenommen wird?

108. Dieselbe Frage wie in der Aufgabe 106, wenn $l = l,$ und $q, = m q$ ist.

109. Wie gross ist W in der vorigen Aufgabe, wenn $m = 2, 3, 4$ angenommen wird?

110. Der reduzirte Widerstand eines Elements ist $W = \frac{l w}{q}$. Wie gross muss der Abstand $l,$ der Metallplatten von m mal grösserer Oberfläche eines andern gleichartigen Elements sein, damit dessen Widerstand jenem des ersten gleich ist?

111. Zwei gleichartige Elemente, jedes vom reduzirten Widerstand $W, = \frac{l, w,}{q,}$ werden hinter einander geschaltet. Wie gross ist deren Gesammtwiderstand W?

112. Dieselbe Frage, wenn die beiden Elemente parallel geschaltet werden.

113. Vier Elemente, jedes vom Widerstande $W,$, werden hinter einander geschaltet. Wie gross ist deren Gesammtwiderstand W?

114. Dieselbe Frage, wenn die Elemente parallel geschaltet werden.

115. Wie gross ist der Widerstand $W,$ wenn m Elemente, jedes vom Widerstande $W,$, hinter einander geschaltet werden?

116. Dieselbe Frage, wenn diese Elemente parallel geschaltet werden.

117. Eine Gruppe von m Elementen wird mit einer Gruppe von n Elementen parallel verbunden. Wie gross ist der Gesammtwiderstand $W,$ wenn der Widerstand eines Elements $= w$ ist?

118. Dieselbe Frage, wenn die beiden Elementengruppen hinter einander geschaltet werden.

119. Wie gross ist der Gesammtwiderstand in den beiden vorigen Aufgaben 117 und 118, wenn $m = n$ ist?

120. Vier Gruppen von m, n, p und q Elementen, jedes Element vom Widerstande w, werden hinter einander geschaltet. Wie gross ist der Gesammtwiderstand W?

121. Dieselbe Frage, wenn die Elementengruppen parallel geschaltet werden.

122. Wie gross ist der Gesammtwiderstand in den beiden Aufgaben 120 und 121, wenn $m = n = p = q$ ist?

123. Wie gross ist der Gesammtwiderstand W, wenn n Gruppen hinter einander geschaltet werden und in jeder Gruppe m Elemente, jedes vom Widerstande w, befindlich sind?

124. Dieselbe Frage, wenn die n Gruppen parallel geschaltet werden.

125. Es sind m Elemente, jedes vom Widerstande w, gegeben. Wie gross ist der Gesammtwiderstand W, wenn selbe in n Gruppen oder Reihen parallel geschaltet werden?

II.

DIE GESETZE VON OHM UND KIRCHHOFF UND DEREN ANWENDUNG.

126. Welches ist der allgemeine Ausdruck für das Ohm'sche Gesetz, wenn S die Stromstärke, E die elektromotorische Kraft und W den Widerstand bedeutet? Und wie lässt sich dieses Gesetz in Worte fassen?

127. Aus welchen Werthen besteht das W in der vorigen Aufgabe?

128. In welchem Verhältniss stehen zwei Stromstärken S und $S_,$, welchen gleiche elektromotorische Kräfte E jedoch verschiedene Widerstände W und $W_,$ zu Grunde liegen?

129. Ein Element von der elektromotorischen Kraft E und vom Widerstande r wird durch einen Leiter geschlossen, dessen Widerstand $= l$ ist. Wie gross ist die Stromstärke s?

130. Wie gross ist die Stromstärke S, wenn n solcher Elemente durch denselben Leiter geschlossen werden?

131. Wie gross ist in den beiden vorigen Aufgaben s und S, wenn einmal r und das andere Mal l vernachlässigt, resp. gleich Null angenommen wird?

132. An den Endpunkten einer Leitung vom Widerstande L werden zwei Batterien einander entgegen geschaltet, von denen die eine aus M Elementen von der elektromotorischen E und vom Widerstande R, die andere dagegen aus m Elementen von der elektromotorischen e und vom Widerstande r besteht. Wie gross ist die in der Leitung vorhandene Stromstärke S:

a) im Allgemeinen;
b) wenn $E = e$;
c) wenn ausser $E = e$ noch $R = r$ ist, und
d) wenn noch $M = m$ ist?

133. Ein Element von der elektromotorischen Kraft E und vom Widerstande r wird durch einen Leiter vom Widerstande l geschlossen. Wie gross muss der Widerstand x des Schliessungsbogens sein, wenn n solcher Elemente dieselbe Stromstärke liefern sollen?

134. Wie gestaltet sich das x in der vorigen Aufgabe, wenn in beiden Fällen noch ein bestimmter Widerstand g in den Stromkreis geschaltet wird?

135. Ein Element vom Widerstande r und von der elektromotorischen Kraft E, und dessen Platten in einem bestimmten Abstande stehen, liefert, durch einen Leiter vom Widerstande l geschlossen, die Stromstärke s. Wie gross ist die Stromstärke S, wenn der Abstand der Metallplatten m mal grösser gemacht wird?

136. Dieselbe Frage, wenn der Abstand der Metallplatten m mal kleiner gemacht wird.

137. Dieselbe Frage, wenn bei gleichbleibendem Abstand die Metallplatten um das m fache grösser gemacht werden.

138. Dieselbe Frage, wenn die Metallplatten m mal kleiner gemacht werden.

139. Ein Element von der elektromotorischen Kraft E und vom Widerstande r liefert bei einem Schliessungsbogen vom Widerstande l die Stromstärke s. Wie gross muss der Widerstand x eines andern Elementes gleicher Beschaffenheit sein, wenn selbes bei m mal grösserer Oberfläche und bei demselben Schliessungsbogen l dieselbe Stromstärke liefern soll?

140. Dieselbe Frage, wenn die Oberfläche des zweiten Elementes m mal kleiner ist.

141. Wie gross muss der Widerstand x des Schliessungsbogens sein, wenn n Elemente die m fache Stromstärke eines einzigen Elements von der elektromotorischen Kraft E und vom Widerstande r beim Schliessungsbogen vom Widerstande l liefern sollen?

142. Wie gross ist x, wenn in der vorigen Aufgabe in beide Stromkreise noch ein bestimmter Widerstand g geschaltet wird?

143. Wie gross sind die numerischen Werthe von x in den beiden vorigen Aufgaben, wenn $r = 2$; $l = 50$; $n = 10$; $g = 15$ und $m = 4$ angenommen wird?

144. Eine Batterie von n Elementen, deren jedes die elektromotorische Kraft $= E$ und den Widerstand $= r$ besitzt, liefert, durch einen Leiter vom Widerstande $= l$ geschlossen, einen Strom von der Stärke S. Wie viel Elemente x müssen zu dieser Batterie zugeschaltet werden, damit bei demselben Schliessungsleiter eine A mal grössere Stromstärke erzielt werde?

145. Wie gross muss der Widerstand l des Schliessungsbogens sein, damit die in voriger Aufgabe beabsichtigte A fache Verstärkung des Stromes eintreten könne?

146. In welchem Verhältniss stehen die Stromstärken S und $S_{,,}$ wenn ein und dieselbe Batterie von der elektromotorischen Kraft E und deren Widerstand vernachlässigt werden kann, einmal an eine Leitung vom Durchmesser d und vom spez. Leitungswiderstande w, und das andere Mal an eine Leitung gleicher Länge, jedoch vom Durchmesser $d_,$ und vom spez. Leitungswiderstande $w_,$ angelegt wird?

147. Wie gross ist dieses Verhältniss, wenn die beiden Leitungen aus gleicher Materie bestehen?

148. Wie gross ist in diesem Falle das Verhältniss der Stromstärken, wenn $d = 5$ und $d_, = 3$ mm. ist?

149. Eine Batterie von der elektromotorischen Kraft E, deren Widerstand vernachlässigt werden kann, wird nach einander durch zwei Leitungen von gleicher Materie und von gleichem Durchmesser d, jedoch von verschiedenen Längen l und L geschlossen. In welchem Verhältniss stehen die Stromstärken S und $S_,$?

150. Der d mm. starke Eisendraht einer Telegrafenleitung, zu deren sicherem Betriebe eine Anzahl von m Elementen, deren Widerstand vernachlässigt werden kann, vollkommen ausreichend war, wird durch einen Eisendraht von $d_,$ mm. ausgewechselt. Wie viel Elemente x sind für die neue Leitung erforderlich, damit die Stromstärke ungeändert bleibt?

151. Wie gross ist x, wenn in der vorigen Aufgabe $d = 3$ mm., $d_, = 5$ mm. und $m = 50$ ist?

152. In welchem Verhältniss stehen die Stromstärken S und $S_{,,}$ wenn eine Batterie von der elektromotorischen Kraft E, deren Widerstand vernachlässigt werden kann, einmal durch einen Stromkreis, dessen Halbmesser $= r$ Widerstands-Einheiten, und das zweitemal durch einen Stromkreis, dessen Halbmesser $= R$ Widerstands-Einheiten beträgt, geschlossen wird?

153. Zwei Drähte gleichen Volumens, jedoch verschiedener Materie und Dimensionen, werden nach einander mit einer Batterie von der elektromotorischen Kraft E, deren Widerstand vernachlässigt werden kann, verbunden. In welchem Verhältniss stehen die Stromstärken?

154. Wie gross ist dieses Verhältniss, wenn die beiden Drähte aus gleicher Materie bestehen?

155. In welchem Verhältniss stehen die Stromstärken, wenn ein und dieselbe Batterie von zu vernachlässigendem Widerstande nach einander mit zwei Drähten verbunden wird, welche aus verschiedener Materie bestehen, und bei gleichem Gewichte verschiedene Dimensionen haben?

156. Dieselbe Frage, wenn die beiden Drähte aus gleicher Materie bestehen.

157. Zwei Elemente, jedes von der elektromotorischen E und vom Widerstande r, werden parallel geschaltet, und die vereinigten $+$ und $-$ Pole durch einen Schliessungsbogen vom Widerstande l verbunden. Wie gross ist die Stromstärke S in diesem?

158. Dieselbe Frage, wenn drei parallel geschaltete Elemente derselben Beschaffenheit durch denselben Schliessungsbogen verbunden werden.

159. Dieselbe Frage bei n parallel geschalteten Elementen.

160. Wie gross ist die Stromstärke S, wenn die vereinigten $+$ und $-$ Endpole zweier Gruppen von je m hintereinander geschalteten Elementen, jedes von der elektromotorischen Kraft E und vom Widerstande r, durch einen Leiter vom Widerstande l verbunden werden?

161. Dieselbe Frage bei drei parallel geschalteten Gruppen von je m Elementen.

162. Dieselbe Frage bei n parallel geschalteten Gruppen von je m Elementen.

163. Es ist allgemein zu entwickeln, in welcher Weise m Elemente, deren jedes die elektromotorische Kraft E und den Widerstand r besitzt, gruppirt werden müssen, damit sie bei einem Schliessungsbogen vom Widerstande l die grösste Stromstärke liefern.

164. Wie sind die m Elemente zu gruppiren, wenn $l = mr$ ist?

165. Dieselbe Frage, wenn $r = ml$ ist.

166. Wie sind 24 Elemente, jedes von der elektromotorischen Kraft E und vom Widerstande 12 zu gruppiren, damit sie bei einem Schliessungsbogen vom Widerstande 288 die grösste Stromstärke liefern?

167. Dieselbe Frage, wenn der Widerstand des Schliessungsbogens 72 beträgt.

168. Dieselbe Frage, wenn der Widerstand des Schliessungsbogens 32 beträgt.

169. Dieselbe Frage, wenn der Widerstand des Schliessungsbogens 18 beträgt.

170. Dieselbe Frage, wenn der Widerstand des Schliessungsbogens 8 beträgt.

171. Dieselbe Frage, wenn der Widerstand des Schliessungsbogens 2 beträgt.

172. Dieselbe Frage, wenn der Widerstand des Schliessungsbogens gleich $^1/_2$ beträgt.

173. In welcher Weise sind 7 Elemente von der elektromotorischen Kraft E und vom Widerstande 7 zu gruppiren, damit sie bei einem Schliessungsbogen vom Widerstande 12 die grösste Stromstärke liefern?

174. Wie sollen 64 Elemente, deren jedes den Widerstand 9 besitzt, gruppirt werden, damit sie bei einem Schliessungsbogen vom Widerstande 36 die grösste Stromstärke liefern?

175. Unter welchen Verhältnissen resultirt dieselbe Stromstärke S, wenn m Elemente vom Widerstande r bei einem Schliessungsbogen vom Widerstande l, entweder hinter einander oder in n Gruppen parallel geschaltet werden?

176. Wie gross ist n und S, wenn $m = 40$, $r = 5$ und $l = 50$ ist?

177. Wie viel Elemente x vom Widerstande r müssten bei einem Leitungswiderstande l in Anwendung genommen werden, wenn sie in n parallele Gruppen geschaltet, dieselbe Stromstärke liefern sollen, wie m gleichartige und hintereinander geschaltete Elemente?

178. Wie gross ist x, wenn $m = 40$, $r = 5$, $l = 400$, und n einmal $= 2$, und das zweitemal $= 3$ ist?

179. Eine Kupfer- und eine Zinkplatte von bestimmter Oberfläche sind gegeben. Wie viel Elemente x sind daraus zu bilden, damit beim Schliessungsbogen vom Widerstande l die grösste Stromstärke erzielt werde, wenn der Widerstand des aus den Platten gebildeten Elements $= r$ ist?

180. Wie gross ist x, wenn $r = 2$ und $l = 50$ ist?

181. Welches sind die Gesetze von Kirchhoff?

182. Zwei parallel geschaltete Leiter von den Widerständen b und c werden durch einen dritten Leiter vom Widerstande a mit einer Batterie von der elektromotorischen Kraft E und vom Widerstande w verbunden. Wie gross ist die Stromstärke sowohl im unverzweigten Leiter a, als auch in den beiden Zweigleitern b und c?

183. In welchem Verhältniss stehen die in den beiden Zweigleitern b und c zirkulirenden Stromstärken, und wann sind sie einander gleich?

184. Wie gestalten sich die Stromstärken, wenn in der Aufgabe 182 sowohl der Widerstand a des unverzweigten Leiters, als auch jener w der Batterie vernachlässigt, d. h. gleich Null gesetzt wird?

185. Wie gross sind die Stromstärken, wenn einmal der Widerstand b des einen, und das zweitemal jener c des andern Zweigleiters nebst dem Widerstande w der Batterie gleich Null ist?

186. Wie gross sind die Stromstärken, wenn $a = b = c$ und $w = 0$ ist?

187. Zwei Schliessungskreise von den Halbmessern r und R Widerstands-Einheiten werden, nachdem sie parallel geschaltet wurden, mit einer Batterie verbunden, deren elektromotorische Kraft $= E$ und deren Widerstand $= w$ ist? Wie gross sind die Stromstärken in den einzelnen Leitern, und in welchem Verhältniss stehen die in den Zweigleitern cirkulirenden Ströme zu einander?

188. Der Halbmesser eines Schliessungskreises beträgt r Widerstands-Einheiten. Wenn nun in den Durchmesser dieses Kreises eine Batterie, deren elektromotorische Kraft $= E$ ist, und deren Widerstand vernachlässigt werden kann, eingeschaltet wird, wie gross ist die Stromstärke sowohl im Durchmesser als auch in den beiden Halbkreisen?

189. Wie gross sind in der vorigen Aufgabe die Stromstärken, wenn der ungetheilte Leiter durch zwei auf einander senkrecht stehende Halbmesser gebildet wird?

190. Eine Batterie von der elektromotorischen Kraft E und vom Widerstande w liefert, durch drei hinter einander geschaltete Leiter von den Widerständen a, b und c geschlossen, die Stromstärke $= S$. In welchem Verhältniss müssen die genannten Widerstände zu einander stehen, wenn bei erfolgender Parallelschaltung der Leiter b und c die in denselben zirkulirenden Stromstärken ebenfalls $= S$ sein sollen?

191. Für den gleichzeitigen Betrieb zweier Morse-Apparate, von denen einer den Widerstand 15, der andere aber 30 besitzt, sind 8 Elemente, jedes vom Widerstande $= 5$, bestimmt. Wie sind diese zu

verbinden, damit die grösste Stromstärke erzielt werde, wenn beide Morse in Thätigkeit gelangen? Wie gross ist dann die jeden Apparat durchfliessende Stromstärke, und wie gross ist die Stromstärke, wenn die Batterie durch jeden Morse einzeln geschlossen wird?

192. An einer zwischen zwei Stationen A und B ausgespannten Arbeitsstromleitung vom Widerstande L, tritt nach a Widerstands-Einheiten, von der Station A gerechnet, eine Ableitung auf, deren Widerstand $= c$ ist? Wie gross sind die in den einzelnen Theilen vorhandenen Stromstärken, wenn die Station A ihre Batterie von der elektromotorischen Kraft E, deren Widerstand vernachlässigt werden kann, in den Stromkreis einschaltet?

193. Wie gross muss in der vorigen Aufgabe der Widerstand c der Ableitung sein, damit der zur Empfangsstation B gelangende Zweigstrom S_2 den m ten Theil des ableitungsfreien Stromes ausmacht?

194. Wie gross ist c, wenn in der vorigen Aufgabe $a = 40$, $L = 100$, und $m = 4$ ist?

195. Am 18. September 1853 wurden in Berlin Versuche mit dem elektro-chemischen Schreibapparat des k. k. österr. Staatstelegrafen-Direktors Herrn Dr. Gintl und mit dem Morse-Apparate bezüglich deren Leistungsfähigkeit in der Weise angestellt, dass beide Apparate in Berlin in die 105 Meilen lange Leitung Berlin-Amsterdam eingeschaltet, und durch eine in Amsterdam aufgestellte Batterie von 36 Elementen in Thätigkeit gesetzt wurden. Bei der nach und nach in Amsterdam erfolgten Verminderung der Elementenzahl auf 4 wurden am elektro-chemischen Schreibapparat noch lesbare Zeichen hervorgebracht, während der Morse versagte.

Obwohl während dieses Versuches Gintl's Apparat in ein und derselben Einstellung funktionirte, wurde doch die Befürchtung ausgesprochen, dass er bei einem minder günstigen Stande der Leitung nicht so gut arbeiten möchte.

Es ist nun zu untersuchen, welchen tiefsten Werth der Widerstand einer

a) in der Mitte des Widerstandes des Leitungssystems;

b) eine Meile vor der Gebestation

angebrachten Ableitung erreichen kann, damit bei Anwendung von 36 Elementen der die Apparate in Bewegung setzende Stromantheil jenem gleich sei, welcher mit 4 Elementen bei ableitungsfreier Linie erlangt wird, wenn der approximative Widerstand des Morse-Apparates mit 10 Meilen, und jener des elektro-chemischen Schreibapparates mit 1 Meile angenommen wird.

196. An welcher Stelle der Leitung muss eine Ableitung befindlich sein, damit der zur Empfangsstation gelangende Stromantheil den kleinsten Werth besitzt?

197. Kann eine einer Station näher als der andern gelegene Ableitung vom bestimmten Widerstande noch in einen andern Punkt der Leitung verlegt werden, ohne dass der zur Empfangsstation gelangende Zweigstrom eine Aenderung in seiner Stärke erleidet?

198. Bei einer Ruhestromleitung wirken an den Endpunkten zwei Batterien von den Widerständen v und w und von m und n Elementen,

deren jedes die elektromotorische Kraft E besitzt. Wo kann an derselben eine Ableitung angebracht werden, damit die vorhandene oder ableitungsfreie Stromstärke ungeändert bleibt?

199. Unter welchen Verhältnissen ändert sich nicht die Stromstärke bei einer Ruhestromleitung, wenn ausser den Endstationen noch eine Mittelstation mit Batterien verschiedener Stärke versehen ist, und beiderseits dieser je eine Ableitung auftritt?

200. Die vereinigten + und — Pole zweier Batterien, von den Widerständen v und w, von denen die eine aus m, die andere aus n gleichartigen, in den Widerständen a und b thätigen Elementen von der elektromotorischen Kraft E besteht, werden durch einen Leiter vom Widerstande c verbunden. Wie gross ist die Stromstärke in diesem und in den Leitern a und b?

201. Wenn die Batterie n grösser als m angenommen wird, wie lässt sich der Widerstand w derselben nach der vorigen Aufgabe bestimmen?

202. Auf welche Weise lässt sich der Widerstand v der andern Batterie m bestimmen?

203. Drei in einer Station einmündende Leitungen von den Widerständen a, b und c werden mit einander verbunden, und in jede derselben je eine Batterie verschiedener Zahl m, n, p gleichartiger Elemente derart geschaltet, dass sie einander entgegen wirken. Wie gross sind die Stromwirkungen s_1, s_2 und s_3 in jeder einzelnen Leitung, und unter welchen Verhältnissen heben sie sich auf?

204. Wie gross sind die Stromstärken in den einzelnen Leitern der Wheastone'schen Brücke, wenn eine Batterie in die Diagonale geschaltet wird, und unter welchen Verhältnissen heben sich die Stromwirkungen in der andern Diagonale auf?

205. Worauf beruht die gemeinschaftliche Benützung einer Batterie für mehrere Leitungen von verschiedenen Widerständen? Beweis herstellen.

206. Für den Betrieb mehrerer Leitungen von verschiedenen, jedoch unbekannten Widerständen ist eine gemeinschaftliche Batterie von 2 m Elementen bestimmt. In welcher praktischen Art und Weise lässt sich diese sehr genau abzweigen, wenn ein empfindlicher Multiplikator zur Verfügung steht?

207. Bei einer Endstation für mehrere Leitungen erleidet die gleichzeitige Correspondenz auf denselben Störungen, welche der Vermuthung Raum geben, dass die Stations-Erdleitung fehlerhaft ist. Wie kann man sich von dem Zustande derselben die Ueberzeugung verschaffen?

208. Wenn der mangelhafte Zustand der Stations-Erdleitung constatirt ist, wie kann der Widerstand derselben mittelst einer Sinus- oder Tangentenboussole bestimmt werden, wenn der Widerstand einer Leitung bekannt?

209. Dieselbe Frage, wenn ein Differential-Galvanometer und ein Rheostat zur Verfügung steht.

210. Dieselbe Frage, wenn ein oder zwei Multiplikatoren und ein Rheostat zur Verfügung stehen, und der Widerstand gar keiner Leitung bekannt ist.

211. In welcher Weise kann mittelst eines sehr empfindlichen Elektrometers der Zustand der Stations-Erdleitung konstatirt, und der Widerstand derselben bestimmt werden, wenn der Widerstand einer Leitung bekannt ist?

212. Zwei zwischen zwei Stationen ausgespannte Leitungen treten in irgend einem Punkte in Berührung. Wie lässt sich nun konstatiren, ob selbe der einen oder der andern Station näher gelegen ist?

213. In welcher Weise kann die Entfernung eines Leitungskontaktes von den beiden Stationen bestimmt werden, wenn ein Multiplikator und ein Rheostat zur Verfügung steht, und die Widerstände der beiden Leitungen nicht bekannt sind?

214. Dieselbe Frage, wenn ein Differential-Galvanometer und ein Rheostat zur Verfügung steht.

215. Wie kann die Ortsbestimmung eines Leitungs-Kontaktes mit Rücksicht auf die als bekannt vorausgesetzte Lage der Widerstandsmitte der Leitungen vorgenommen werden, wenn ein Multiplikator und ein Rheostat zur Verfügung steht?

216. Dieselbe Frage, wenn ein Differential-Galvanometer und ein Rheostat zur Verfügung steht.

217. Von zweien zwischen zwei Stationen geführten Leitungen tritt eine in irgend einem Punkte in konstant bleibende Ableitung. Wie lässt sich nun konstatiren, ob diese der einen oder der andern Station näher gelegen ist?

218. In welcher Weise lässt sich die Entfernung der in voriger Aufgabe bezeichneten Ableitung von den beiden Stationen bestimmen, wenn der Widerstand der ableitungsfreien Leitung bekannt ist, und ein Differential-Galvanometer und ein Rheostat zur Verfügung steht?

219. Wie kann die Entfernung der in Aufgabe 217 bezeichneten Ableitung von den beiden Stationen bestimmt werden, wenn der Widerstand der in Ableitung befindlichen Leitung bekannt ist, und wenn ein empfindlicher Multiplikator und ein Rheostat zur Disposition steht?

220. Dieselbe Frage, wenn ein Differential-Galvanometer und ein Rheostat zur Verfügung steht.

221. Wie kann die örtliche Lage der in Aufgabe 217 bezeichneten Ableitung mit Rücksicht auf die als bekannt vorausgesetzte Lage der Mitte des Widerstandes der in Ableitung befindlichen Leitung bestimmt werden, wenn ein empfindlicher Multiplikator und ein Rheostat zur Verfügung steht?

222. Dieselbe Frage, wenn ein Differential-Galvanometer und ein Rheostat zur Disposition steht.

223. Wenn von zweien zwischen zwei Stationen geführten Leitungen, deren Widerstände bekannt sind, eine in einem Punkte in vollkommenen Erdschluss tritt, d. h. wenn der Widerstand der Ableitung gleich Null ist, wie lässt sich die Entfernung der Ableitungsstelle von den beiden Stationen mittelst eines Elektrometers bestimmen?

224. Dieselbe Frage, wenn dieselbe Leitung an zwei Stellen in vollkommenen Erdschluss getreten ist.

225. An einer Ruhestromleitung, deren Widerstand L bekannt ist, tritt eine Ableitung auf. In welcher Weise lässt sich die Entfernung derselben von den beiden Stationen bestimmen, wenn an den beiden Endpunkten der Leitung ungleiche oder auch gleiche Zahl gleichartiger Elemente aufgestellt sind?

226. Wie gross ergibt sich der Widerstand x eines galvanischen Elements oder einer Batterie von der elektromotorischen Kraft E, wenn selbe durch Leiter von bestimmten Widerständen zuerst unverzweigt und dann verzweigt geschlossen wird?

227. Wie lässt sich nach Aufgabe 190 der Widerstand eines galvanischen Elements oder einer Batterie bestimmen?

228. Wie lässt sich der Widerstand eines galvanischen Elements oder einer Batterie mit Hilfe der Wheatstone'schen Brücke bestimmen?

III.

BESTIMMUNG DER STROMSTÄRKE, DES WIDERSTANDES GALVANISCHER ELEMENTE UND ANDERER LEITER MITTELST DER TANGENTEN- UND SINUS-BOUSSOLE.

229. In welchem Verhältniss steht die Stromstärke zu der Tangente des an einer Tangentenboussole hervorgerufenen Ablenkungswinkels?

230. In welchem Verhältniss steht die Stromstärke zum Sinus des an einer Sinusboussole hervorgerufenen Ablenkungswinkels?

231. In welchem Verhältniss stehen die von zwei verschiedenen Batterien gelieferten Stromstärken s und S, von denen die eine an der Tangentenboussole den Ausschlagswinkel v^0 und die andere jenen V^0 hervorbringt?

232. Wie gross ist dieses Verhältniss, wenn $v = 30^0\ 5'$ und $V = 60^0\ 5'$ ist?

233. Dieselbe Frage, wenn $v = 15{,}75^0$ und $V = 49{,}25^0$ ist.

234. Wie gross ist das Verhältniss zweier Stromstärken s und S, wenn durch die erste an der Sinusboussole ein Ausschlagswinkel von v^0, durch die zweite dagegen jener von V^0 hervorgerufen wird?

235. Welches Verhältniss resultirt, wenn in der vorigen Aufgabe $v = 40{,}5^0$ und $V = 59{,}5^0$ ist?

236. Dieselbe Frage, wenn $v = 30^0$ und $V = 60{,}2^0$ ist.

237. Wenn die Stromstärke s einer Batterie zur Einheit angenommen wird, welche an der Tangentenboussole einen Ausschlagswinkel von 45^0 hervorruft, wie gross ist die Stromstärke S einer andern Batterie, welche an derselben Boussole den Ausschlagswinkel von V^0 hervorruft?

238. Wie gross ist S, wenn $V = 25{,}2^0$ ist?

239. Dieselbe Frage, wenn $V = 79{,}5^0$ ist.

240. Wenn die Stromstärke s einer Batterie zur Einheit genommen wird, welche an der Sinusboussole einen Ausschlagswinkel von 90^0

hervorruft, wie gross ist die Stromstärke S einer andern Batterie, die an derselben Boussole einen Ausschlagswinkel von V^0 hervorruft?

241. Wie gross ist S, wenn $V = 71{,}5^0$ ist?

242. Dieselbe Frage, wenn $V = 30^0$ ist.

243. Ein Element vom Widerstande r bringt, durch eine Tangentenboussole, deren Widerstand vernachlässigt werden kann, geschlossen, einen Ausschlagswinkel von v^0 hervor. Wie gross wird der Ausschlagswinkel x sein, wenn noch ein Draht vom Widerstande l in den Stromkreis eingeschaltet wird?

244. Wie gross ist x, wenn $r = 4$, $v = 62^0$ und $l = 10$ ist?

245. Wie gross ist x, wenn $r = 4$, $v = 62^0$ und $l = 100$ ist?

246. Ein Element vom Widerstande r bringt, durch eine Tangentenboussole geschlossen, an dieser einen Ausschlagswinkel von V^0 hervor. Nach Einschaltung eines unbekannten Widerstandes x in den Stromkreis sinkt der Nadelausschlag auf v^0 herab. Welcher Werth ergibt sich daraus für den Widerstand x?

247. Wie gross ist x, wenn $V = 69^0$, $v = 11^0$ und $r = 4$ ist?

248. Wenn ein Element vom Widerstande r, durch einen Leiter vom Widerstande l und durch eine Tangentenboussole geschlossen, an dieser einen Ausschlagswinkel von v^0 hervorruft, wie gross muss der Widerstand x eines zweiten Leiters sein, damit bei dessen Zuschaltung in den frühern Stromkreis ein Ausschlagswinkel erlangt werde, dessen Tangente der halben Tangente des frühern Ausschlagswinkels gleich ist?

249. Wenn in der vorigen Aufgabe die doppelte Tangente des frühern Ausschlagswinkels hervorgebracht werden soll, ein wie grosser Widerstand x müsste aus dem Stromkreise ausgeschaltet werden?

250. An einer Sinusboussole von zu vernachlässigendem Widerstande, welche durch ein Element vom Widerstande r und durch einen Leiter vom Widerstande l geschlossen wird, wird ein Ausschlagswinkel von v^0 hervorgerufen. Wie gross wird der Ausschlagswinkel x sein, wenn in den Schliessungskreis noch ein Leiter vom Widerstande $l_{,}$ eingeschaltet wird?

251. Wie gross ist x, wenn $r = 4$, $l = 20$, $v = 40^0$ und $l_{,} = 30$ ist?

252. Ein Element vom Widerstande r bringt, durch einen Leiter vom Widerstande l und durch eine Sinusboussole von zu vernachlässigendem Widerstande geschlossen, an dieser einen Ausschlagswinkel von V^0 hervor. Als aber in den Stromkreis noch ein unbekannter Widerstand x eingeschaltet wurde, sank der Nadelausschlag auf v^0 herab. Welcher Werth ergibt sich daraus für den Widerstand x?

253. Wie gross ist x, wenn $r = 4$, $l = 20$, $V = 40^0$ und $v = 16^0\ 36'$ ist?

254. Wie gross ist x, wenn in der Aufgabe 252 der Sinus des Winkels v^0 gleich ist dem halben Sinus des Winkels V^0?

255. Wenn der Sinus des Winkels v^0 dem doppelten Sinus des Winkels V^0 gleich sein soll, ein wie grosser Widerstand x ist in der Aufgabe 252 von dem Widerstande des ersten Schliessungsbogens l in Abschlag zu bringen?

256. Eine Batterie von m Elementen, deren jedes die elektromotorische Kraft E und den Widerstand r besitzt, bringt, durch einen Leiter vom Widerstande l und durch eine Tangentenboussole geschlossen, an dieser einen Ausschlagswinkel von v^0 hervor. Wie gross wird der Ausschlagswinkel x sein, wenn eine Batterie von n Elementen obiger Beschaffenheit durch denselben Leiter und durch dieselbe Tangentenboussole geschlossen wird?

257. Wie gross ist x, wenn $v = 28^0$, $m = 6$, $r = 3{,}5$, $l = 70$ und $n = 10$ ist?

258. Dieselbe Frage wie in der Aufgabe 256, jedoch auf die Sinusboussole angewendet.

259. Wie gross ist x, wenn $v = 27^0\ 30'$; $m = 4$; $r = 4$; $l = 20$ und $n = 6$ ist?

260. Wenn eine Batterie von m Elementen, deren jedes die elektromotorische Kraft E und den Widerstand r besitzt, bei einem Schliessungsbogen vom Widerstande l an einer Tangentenboussole den Ausschlagswinkel von v^0 hervorruft, welchen Ausschlagswinkel x dagegen wird eine Batterie von n Elementen derselben Beschaffenheit bei einem Schliessungsbogen vom Widerstande $l,$ hervorbringen?

261. Wie gross ist x, wenn $m = 6$; $r = 3{,}5$; $l = 70$; $v = 28^0$; $n = 8$ und $l, = 100$ ist?

262. Wenn eine Batterie von m Elementen, die bei einem Schliessungsbogen vom Widerstande l an der Tangentenboussole einen Ausschlagswinkel von v^0 hervorruft, um n gleichartige Elemente vermehrt oder vermindert wird, welcher Ausschlagswinkel x wird dann resultiren, wenn der Widerstand eines jeden Elements $= r$ und dessen elektromotorische Kraft $= E$ ist?

263. Wie gross ist x in diesen beiden Fällen, wenn $m = 6$; $r = 3{,}5$; $l = 40$; $v = 39^0$ und $n = 3$ ist?

264. Dieselbe Frage wie in der Aufgabe 260, auf die Sinusboussole angewendet.

265. Wie gross ist x, wenn in der vorigen Aufgabe $m = 5$; $r = 4$; $l = 80$; $v = 40^0$; $n = 7$ und $l, = 100$ ist?

266. Dieselbe Frage wie in der Aufgabe 262, auf die Sinusboussole angewendet.

267. Wie gross ist x, wenn in der vorigen Aufgabe $m = 5$; $r = 4$; $l = 80$; $v = 40^0$ und $n = 3$ ist?

268. Wenn eine Batterie von m Elementen, deren jedes die elektromotorische Kraft E und den Widerstand r besitzt, bei einem Schliessungsbogen vom Widerstande l an einer Tangentenboussole den Ausschlagswinkel v^0 hervorruft, wie gross muss die Elementenzahl x einer andern gleichartigen Batterie sein, wenn sie, durch denselben Leiter und durch dieselbe Tangentenboussole geschlossen, an dieser einen Ausschlagswinkel von V^0 hervorrufen soll?

269. Wie gross ist x in der vorigen Aufgabe, wenn $m = 6$; $r = 4$; $l = 100$; $v = 21^0\ 30'$ und $V = 28^0\ 19'$ ist?

270. Dieselbe Frage, wenn $m = 6$; $r = 4$; $l = 40$; $v = 39^0$ und $V = 31^0\ 40'$ ist.

271. Dieselbe Frage wie in der Aufgabe 268, auf die Sinusboussole angewendet.

272. Wie gross ist x, wenn in der vorigen Aufgabe $m = 3$; $r = 5$, $l = 40$; $v = 30^0$ und $V = 51^0\ 47'$ ist?

273. Ein Element von der elektromotorischen Kraft E und vom Widerstande x bringt, durch einen Leiter vom Widerstande l und durch eine Tangentenboussole geschlossen, an dieser einen Ausschlagswinkel von V^0 hervor. Durch Zuschalten eines Leitungsdrahtes vom bestimmten Widerstande $l,$ in den Stromkreis sinkt der Ausschlagswinkel auf v^0 herab. Wie gross ist nun der Widerstand x und die elektromotorische Kraft E des Elements?

274. Wie gross ist x und E in der vorigen Aufgabe, wenn $l = 10$; $V = 28^0\ 31'$; $l, = 30$ und $v = 9^0\ 45'$ ist?

275. Dieselbe Frage wie in der Aufgabe 273, auf die Sinusboussole angewendet.

276. Der unbekannte Widerstand x eines Multiplikators oder Galvanometers soll bestimmt werden, wenn noch ein Rheostat und eine beliebige Anzahl gleichartiger Elemente von der elektromotorischen Kraft E und vom Widerstande r zur Disposition stehen.

277. Der unbekannte Widerstand eines Leiters, z. B. eines Relais, ist zu bestimmen, wenn ein Multiplikator vom Widerstande g, eine beliebige Anzahl gleichartiger Elemente von der elektromotorischen Kraft E und vom Widerstande r und ein Rheostat zur Verfügung stehen.

IV.

DER ELEKTROMAGNETISMUS.

278. Wie gross ist die magnetisirende Kraft M einer Spirale, wenn die Zahl deren Umwindungen durch n und die Stromstärke durch S ausgedrückt ist?

279. Eine Batterie von der elektromotorischen Kraft E, deren Widerstand in jenem a der Leitung mit inbegriffen sein kann, wird durch diese und durch ein Relais vom Widerstande R und von der Umwindungszahl n geschlossen. Wie gross ist die magnetisirende Kraft M?

280. Wie gross ist M, wenn der in voriger Aufgabe angegebene Leitungs- und Relaiswiderstand unverändert bleibt, die Umwindungszahl aber m mal grösser wird?

281. Dieselbe Frage, wenn die Umwindungszahl m mal kleiner wird.

282. Bei einer Spirale von n Umwindungen wird durch die Stromstärke S die magnetisirende Kraft M hervorgerufen. Wie gross ist die magnetisirende Kraft $M,$, wenn der Strom m mal grösser ist?

283. Dieselbe Frage, wenn die Stromstärke m mal kleiner ist.

284. Die magnetisirende Kraft einer Spirale von n Umwindungen bei der Stromstärke S ist gleich M. Wie gross muss die Zahl x der Umwindungen sein, wenn bei m facher Stromstärke dieselbe magnetisirende Kraft M erhalten werden soll?

285. Dieselbe Frage, wenn die Stromstärke m mal kleiner geworden ist.

286. Eine Batterie von der elektromotorischen Kraft E, deren Widerstand in jenem a der Leitung enthalten ist, wird durch diese und durch ein Relais geschlossen, dessen jede Spule n Umwindungen und den Widerstand R besitzt. Wie gross ist die magnetisirende Kraft M, wenn die Spulen hinter einander verbunden sind?

287. Dieselbe Frage, wenn die Relaisspulen parallel geschaltet sind.

288. Wie müssen die Widerstandsverhältnisse angeordnet sein, damit bei der Schaltung der Spulen sowohl hinter einander als auch neben einander dieselbe magnetisirende Kraft M erzielt werde?

289. Eine Leitung vom Widerstande a und ein Relais, dessen jede Spule n Umwindungen und den Widerstand R besitzt, wird durch eine Batterie von der elektromotorischen Kraft E, deren Widerstand in jenem der Leitung mit inbegriffen ist, geschlossen. Wie gross muss die Windungszahl x einer jeden der parallel geschalteten Spulen vom selben Widerstande R eines andern Relais sein, damit in beiden Fällen dieselbe magnetisirende Kraft M erlangt werde?

290. Ein Relais von n Umwindungen, deren jede den durchschnittlichen Widerstand r besitzt, wird durch eine Leitung vom Widerstande a mit einer Batterie von der elektromotorischen Kraft E, deren Widerstand in jenem des Schliessungsbogens mit inbegriffen ist, geschlossen. Wie gross muss die Windungszahl x vom selben Widerstande r jeder der parallel geschalteten Spulen eines andern Relais sein, damit in beiden Fällen dieselbe magnetisirende Kraft M erzielt werde?

291. Eine Batterie von der elektromotorischen Kraft E wird durch eine Leitung vom Widerstande a und durch ein Relais vom Widerstande R und von n Umwindungen geschlossen. An Stelle dieses Relais wird nun ein anderes mit parallel verbundenen Spulen geschaltet, welches in diesem Zustande denselben Widerstand R besitzt. Wie gross muss die Zahl x der Umwindungen einer jeden Spule dieses Relais sein, damit in beiden Fällen gleiche magnetisirende Kräfte M erzielt werden?

292. Ein Relais von n Umwindungen, deren jede den durchschnittlichen Widerstand r besitzt, wird durch eine Leitung vom Widerstande a mit einer Batterie von der elektromotorischen Kraft E geschlossen. An Stelle dieses Relais wird ein anderes mit parallel verbundenen Spulen geschaltet, welches in diesem Zustande denselben Widerstand wie das erste Relais besitzt. Wenn der durchschnittliche Widerstand einer jeden Umwindung dieses Relais ebenfalls $= r$ ist, wie gross ist:

a) die Zahl x der Umwindungen einer jeden Spule dieses Relais, und
b) dessen magnetisirende Kraft $M_{,,}$ wenn durch M die magnetisirende Kraft des ersten Relais ausgedrückt ist?

293. Von einem Relais, dessen jede Spule den Widerstand R und n Umwindungen besitzt, wird zuerst eine Spule mit einer Leitung vom Widerstande a und mit einer Batterie von der elektromotorischen Kraft E, deren Widerstand in jenem des Schliessungskreises enthalten sein mag, geschlossen. Wie gross muss der Widerstand x der Leitung sein, damit auch bei der hinter einander erfolgenden Schaltung der zweiten Spule dieselbe magnetisirende Kraft M erzielt werde?

294. Wie gross ist x in der vorigen Aufgabe, wenn das zweitemal die beiden Spulen parallel geschaltet werden und die magnetisirende Kraft in beiden Fällen dieselbe sein soll?

295. Ein Relais von n Umwindungen, deren jede den durchschnittlichen Widerstand r besitzt, wird mit einer Leitung vom Widerstande a und mit einer Batterie von der elektromotorischen Kraft E verbunden. Wie gross muss die Zahl x der Umwindungen gleichen Widerstandes r eines andern Relais sein, welches bei doppeltem Leitungswiderstande und bei Anwendung derselben Batterie dieselbe magnetisirende Kraft liefern soll?

296. Ein Relais — Differentialrelais — besitzt zwei entgegengesetzt gerichtete Umwicklungen von den Widerständen R und r und von den Windungszahlen N und n. Der freie Pol einer zur Erde abgeleiteten Batterie von zu vernachlässigendem Widerstande und von der elektromotorischen Kraft E wird mit dem Anfangspunkt beider Umwicklungen verbunden. Wenn die erste Umwicklung mit einer Leitung vom Widerstande L verbunden wird, wie gross muss der Widerstand x einer zweiten Leitung sein, damit bei deren Verbindung mit der zweiten Umwicklung die magnetisirenden Kräfte beider Umwicklungen sich aufheben?

297. Eine Sinus- oder Tangentenboussole besitzt zwei Abtheilungen von Drahtwindungen, deren jede aus m Umwindungen vom Widerstande r, und daher von gleicher magnetischer Einwirkung auf die Nadel, besteht. Zuerst wird eine Abtheilung mit einem Elemente direkt verbunden, wobei ein Nadelausschlag von v^0 erlangt wird. Hierauf wird auch die zweite Drahtwindung mit einem Rheostaten R in den Stromkreis gebracht, und R so eingestellt, dass die magnetisirende Kraft der Drahtwindungen, resp. die Ablenkung der Nadel in beiden Fällen dieselbe geblieben ist. Wie gross ergibt sich daraus der Widerstand x des Elements?

298. Wie gross ist der Widerstand x des Elements, wenn gleich bei der Verbindung der ersten Drahtwindung mit dem Elemente ein Widerstand a mit in den Stromkreis geschaltet wird, und bei der Verbindung auch der zweiten Drahtwindung durch Regulirung des Rheostaten R gleiche magnetisirende Kräfte, resp. gleiche Nadelablenkungen erzielt werden?

299. Eine Sinus- oder Tangentenboussole von zu bestimmendem Widerstande x besitzt zwei Abtheilungen von Drahtwindungen von gleichem Widerstande $\frac{x}{2}$ und von gleicher Umwindungszahl m. Zuerst werden die beiden Abtheilungen in der Weise parallel geschaltet, dass die durch dieselben gehenden Zweigströme eines Elements vom Widerstande r und von der elektromotorischen Kraft E auf die Nadel im gleichen Sinne einwirken. Nachdem in den unverzweigten Leiter oder hinter das Element ein Widerstand R geschaltet wurde, zeigt die Nadel einen Ausschlagswinkel von v^0 an.

Wenn man nun:

a) die beiden hinter einander geschalteten Abtheilungen,

b) eine Abtheilung allein

mit demselben Element und mit einem Rheostaten R_1 verbindet, und diesen so regulirt, dass auch jetzt der Ausschlagswinkel v^0 erlangt wird, wie gross ergibt sich daraus der Widerstand x der Sinus- oder Tangentenboussole?

300. Wie gross ergibt sich der Widerstand x der vorigen Aufgabe, wenn die eine Abtheilung für sich durch p Elemente vom Widerstande r und durch einen Rheostaten R, die zweite Abtheilung wieder für sich, jedoch durch q den ersten gleichartige Elemente und durch einen Rheostaten R_1 geschlossen wird, und die Nadel, weil die Ströme in entgegengesetzter Richtung auf dieselbe einwirken, in Folge Einstellung eines der Rheostaten auf Null verharrt?

V.

DIE ELEKTROLYSE ZUR BESTIMMUNG DER STROMSTÄRKE NACH ABSOLUTEM MASS.

A. IM KNALLGAS-VOLTAMETER.

301. In welchem Verhältniss steht die Stärke eines durch ein Voltameter geleiteten Stromes zu der entwickelten Knallgasmenge?

302. In welchem Verhältniss stehen zwei Stromstärken S und s, von denen die erste V und die zweite v cbcm. Knallgas unter ganz denselben Verhältnissen liefert?

303. Wie gross ist dieses Verhältniss, wenn $V = 40$ und $v = 20$ cbcm. ist?

304. Welche Stromstärke wird nach Jacobi als Einheit angenommen?

305. Wie gross ist, nach diesem Mass gerechnet, die Stärke S eines Stromes, der unter denselben Bedingungen in a Minuten v cbcm. Knallgas entwickelt?

306. Dieselbe Frage, wenn $a = 3$ und $v = 126$ bedeutet.

307. Ein Strom liefert bei einer Temperatur von t^0 und bei einem Luftdrucke von m mm. Quecksilber in einer Minute v cbcm. Knallgas. Wie gross ist dessen Stärke S in Bezug auf die chemische Einheit?

308. Wie gross ist S, wenn $t = 15^0$, $m = 750$ mm. und $v = 42$ cbcm. ist?

309. Wie gross ist die Stärke S eines Stromes in chemischer Einheit, der bei t^0 Temperatur und bei einem Barometerstande von m mm. in a Minuten v cbcm. Knallgas entwickelt?

310. Wie gross ist S, wenn $t = 16^0$, $m = 740$ mm., $a = 3'$ und $v = 116$ cbcm. ist?

311. Wie gross ist die Stärke S eines Stromes in chemischen Einheiten, der bei 0^0 Temperatur und 760 mm. Barometerstand in 40 Minuten 1 cbcm. Wasser zersetzt?

312. Damit ein Strom in einer bestimmten Zeit bei 0^0 Temperatur und 760 mm. Barometerstand 500 cbcm. Knallgas entwickle, wie viel Wasser muss er hiefür zersetzen?

313. Wenn ein Strom bei einer Temperatur von $+12^0$ C. und bei einem Barometerstande von 745 mm. in einer bestimmten Zeit eine Knallgasmenge von 600 cbcm. entwickelt, wie gross ist das Gewicht des hiebei zersetzten Wassers?

314. In welchem Verhältniss stehen zwei Stromstärken S und $S_,$, von denen die erste bei t^0 Temperatur und beim Barometerstande von m mm. in a Minuten v cbcm. Knallgas; die zweite dagegen bei einer Temperatur von $t_,^0$ und bei einem Barometerstande von $m_,$ mm. in $a_,$ Minuten $v_,$ cbcm. Knallgas entwickelt?

315. Wie gross ist das Verhältniss in der vorigen Aufgabe, wenn $t = 12^0$, $m = 737$ mm., $a = 3$ Minuten, $v = 92,4$ cbcm., $t_, = 15^0$, $m_, = 740$ mm., $a_, = 2$ Minuten und $v_, = 98$ cbcm. ist?

316. Wie gestaltet sich das Verhältniss in der Aufgabe 314, wenn $t = t_,$ ist, d. h. wenn die Ströme bei gleicher Temperatur gewirkt haben?

317. Wie gross ist das Verhältniss in der vorigen Aufgabe, wenn $v = 121$, $m = 750$, $a = 4$, $v_, = 100$, $m_, = 742$ und $a_, = 3$ ist?

318. Welches Verhältniss resultirt aus der Aufgabe 314, wenn $m = m_,$ ist, d. h. wenn die Ströme bei gleichem Barometerstand gewirkt hahen?

319. Wie gross ist das numerische Verhältniss der Stromstärken in der vorigen Aufgabe, wenn $v = 150$, $t = 10$, $a = 4$, $v_, = 130$, $t_, = 15$ und $a_, = 3$ ist?

320. Ein Voltameter und eine Tangentenboussole werden in den Stromkreis einer Batterie geschaltet. Während in einer Minute bei 0^0 Temperatur und bei einem Barometerstande von 760 mm. im Voltameter v cbcm. Knallgas entwickelt werden, zeigt die Tangentenboussole einen Ausschlag von g^0 an. Wieviel cbcm. Knallgas (V) würde unter denselben Verhältnissen ein Strom entwickeln, der die Nadel der Tangentenboussole um 45^0 ablenkt?

321. Wie gross ist der Reduktionsfaktor V der Tangentenboussole, wenn $v = 29,9$ cbcm. und $g = 23^0\ 7'$ ist?

322. Wenn ein Strom, der die Nadel der Tangentenboussole um 45^0 ablenkt, bei 0^0 Temperatur und bei einem Barometerstande von 760 mm. in einer Minute V cbcm. Knallgas entwickelt, wieviel cbcm. (v) Knallgas wird ein Strom entwickeln, der an der Tangentenboussole einen Ausschlagswinkel von g^0 hevorruft?

323. Wie gross ist v, wenn $g = 18^0\ 45'$ und $V = 70,42$ ist?

324. Ein Strom gibt an einer Tangentenboussole einen Ausschlagswinkel von $g = 28^0\ 5'$, und entwickelt in einem Voltameter binnen 3 Minuten 150 cbcm. Knallgas bei einer Temperatur von $+ 15^0$ C. und bei einem Barometerstande von 745 mm., wobei das Wasser im Voltameter um 13,5 cm. höher stand als ausserhalb desselben. Wie gross ergibt sich daraus:

a) die Stromstärke in Jacobi's Einheiten;

b) der Reduktionsfaktor der Tangentenboussole; oder mit andern Worten: wie gross ist die Knallgasmenge V, welche ein Strom bei 0^0 Temperatur und bei einem Barometerstande von 760 mm. liefert, der die Nadel der Tangentenboussole um 45^0 ablenkt?

325. Wenn der Reduktionsfaktor einer Tangentenboussole = 70 ist:
a) wie gross ist die Stärke eines andern Stromes in Jacobi's Einheiten, der die Nadel der Tangentenboussole um 55^0 ablenkt;
b) wie viel cbcm. Knallgas würde dieser Strom in 10 Minuten liefern?

326. Dieselben Fragen, wenn der Ausschlagswinkel 35^0 beträgt.

327. Ein Strom entwickelt in einem Voltameter bei 0^0 Temperatur und 760 mm. Barometerstand in einer Minute v cbcm. Knallgas. Welchen Ausschlagswinkel g würde derselbe an einer unter denselben Widerstandsverhältnissen in den Stromkreis geschalteten Tangentenboussole hervorbringen, deren Reduktionsfaktor V ist?

328. Wie gross ist g, wenn $v = 80{,}5$ und $V = 70$ ist?

329. Wie gross ist g, wenn $v = 40{,}25$ und $V = 70$ ist?

330. Ein Strom entwickelt bei einer Temperatur von $+ 10^0$ C. und 737 mm. Barometerstand in 10 Minuten 600 cbcm. Knallgas. Welchen Ausschlagswinkel g würde derselbe unter gleichen Widerstandsverhältnissen an einer Tangentenboussole hervorbringen, deren Reduktionsfaktor 65 ist?

331. Welchen Ausschlagswinkel würde der von Jacobi zur Einheit angenommene Strom an einer Tangentenboussole hervorbringen, deren Reduktionsfaktor 70 ist?

332. Ein Strom zersetzt in 10 Minuten 300 mg. Wasser:
a) wie gross ist dessen Stärke in Jacobi's Einheiten;
b) wie gross würde unter denselben Widerstandsverhältnissen der Ausschlagswinkel einer Tangentenboussole sein, deren Reduktionsfaktor 65 ist?

333. In welcher Zeit wird der von Jacobi zur Einheit angenommene Strom 2 cbcm. Wasser zersetzen?

334. In einen Stromkreis wird ein Voltameter und eine Tangentenboussole gebracht, deren Reduktionsfaktor 70 ist. Während diese einen Ausschlagswinkel von 30^0 anzeigt, entwickeln sich im Voltameter 808,36 cbcm. Knallgas. Wie lange hat der Strom gewirkt?

335. Ein Voltameter und eine Tangentenboussole, deren Reduktionsfaktor 70 ist, werden zusammen in einen Stromkreis geschaltet, welcher nach einer bestimmten Zeit unterbrochen wird. Die Tangentenboussole zeigte einen Ausschlagswinkel von 32^0 an und im Voltameter wurden 520 mg. Wasser zersetzt. Wie lange hat der Strom gewirkt?

336. Zwei Tangentenboussolen werden in einen Stromkreis gebracht. Der Ausschlagswinkel der ersten beträgt α^0 und jener der zweiten β^0. Wenn der Reduktionsfaktor der ersten Boussole V ist, wie gross ergibt sich der unbekannte Reduktionsfaktor x der zweiten Tangentenboussole?

337. Wie gross ist x, wenn $\alpha = 30^0$, $\beta = 28^0$ und $V = 70$ ist?

338. Wie gross ist x, wenn $\alpha = 30^0$, $\beta = 32^0$ und $V = 70$ ist?

B. IM METALL-VOLTAMETER.

339. Wie lautet das elektrolytische Gesetz?

340. Ein Strom von der Stärke der Jacobi'schen Einheit wirkt durch 60 Minuten auf einen Zersetzungsapparat, welcher mit Kupfervitriol ($SO_3\,CuO$) als Elektrolyt gefüllt ist (Kupfer-Voltameter):

a) wie viel Kupfervitriol hat sich zersetzt, und
b) wie viel Kupfer hat sich an der Kathode niedergeschlagen?

341. Wenn ein Strom von der Stärke der Jacobi'schen Einheit an der Kathode eines Kupfer-Voltameters 100 mg. Kupfer niederschlägt:
a) wie viel Kupfervitriol wurde zersetzt, und
b) wie lange hat der Strom gewirkt?

342. Ein Strom von der Stärke der Jacobi'schen Einheit wirkt durch 30 Minuten auf einen Zersetzungsapparat, welcher mit salpetersaurem Silberoxyd gefüllt ist (Poggendorf'sches Silber-Voltameter):
a) wie viel salpetersaures Silberoxyd hat sich hiebei zersetzt, und
b) wie viel Silber hat sich an der Kathode niedergeschlagen?

343. Ein Strom von der Stärke der Jacobi'schen Einheit schlägt an der Kathode eines Silber-Voltameters 400 mg. Silber nieder:
a) wie viel salpetersaures Silberoxyd hat sich hiebei zersetzt, und
b) wie lange hat der Strom gewirkt?

344. In einen Stromkreis wird nebst einem Knallgas-Voltameter auch ein Kupfer-Voltameter gebracht. Nach einer Stunde wird der Stromkreis unterbrochen und es zeigt sich, dass 4 gr. Wasser zersetzt wurden:
a) wie viel Kupfervitriol wurde hiebei zersetzt;
b) wie viel Kupfer hat sich an der Kathode niedergeschlagen;
c) wie viel cbcm. Knallgas wurden im Knallgas-Voltameter entwickelt;
d) wie gross ist die Stromstärke in Jacobi's Einheiten, und
e) welcher Ausschlagswinkel g würde unter denselben Widerstandsverhältnissen an einer Tangentenboussole hervorgebracht werden, deren Reduktionsfaktor 70 ist?

345. In einen Stromkreis wird nebst einem Kupfer-Voltameter noch eine Tangentenboussole gebracht, deren Reduktionsfaktor 70 ist. Wenn der Ausschlagswinkel der Tangentenboussole 25^0 beträgt und die Einwirkung des Stromes 10 Minuten gedauert hat:
a) wie gross ist die Stromstärke in Jacobi's Einheiten;
b) wie gross wäre das Gewicht des im Knallgas-Voltameter unter denselben Widerstandsverhältnissen in dieser Zeit zersetzten Wassers;
c) wie viel Kupfervitriol wurde zersetzt, und
d) wie viel Kupfer hat sich an der Kathode niedergeschlagen?

346. In einen Stromkreis wird ein Kupfer-Voltameter gebracht. Nach $1^1/_2$ Stunden wird der Strom unterbrochen, und es zeigt sich, dass die Kathode um 40 gr. schwerer ist, als vor dem Schluss des Stromes:
a) wie viel Kupfervitriol hat sich zersetzt;
b) wie gross ist die Gewichtsmenge Wasser, welche unter denselben Widerstandsverhältnissen in derselben Zeit in einem Knallgas-Voltameter zersetzt worden wäre;
c) wie gross ist die Knallgasmenge des zersetzten Wassers;
d) wie gross ist die Stromstärke in Jacobi's Einheiten;
e) welcher Ausschlagswinkel g würde unter denselben Widerstandsverhältnissen an einer Tangentenboussole hervorgebracht werden, deren Reduktionsfaktor 70 ist?

347. In einen Stromkreis wird ein Kupfer- und ein Silber-Voltameter nebst einer Tangentenboussole, deren Reduktionsfaktor 70 ist,

geschaltet. An der Tangentenboussole wird ein Ausschlagswinkel von 20° hervorgebracht. Nach 10 Minuten wird der Strom unterbrochen:

a) wie gross ist die Stromstärke in Jacobi's oder chemischen Einheiten;
b) wie viel cbcm. Knallgas würden in dieser Zeit in einem Knallgas-Voltamenter unter denselben Widerstandsverhältnissen entwickelt werden;
c) wie gross wäre das Gewicht des zersetzten Wassers;
d) wie viel Kupfervitriol wurde im Kupfer-Voltameter zersetzt;
e) wie viel Kupfer hat sich an der Kathode niedergeschlagen;
f) wie viel salpetersaures Silberoxyd hat sich im Silber-Voltameter zersetzt, und
g) wie viel Silber hat sich an der Kathode niedergeschlagen?

348. In einen Stromkreis wird nebst einem Kupfer- und Silber-Voltameter auch ein Knallgas-Voltameter gebracht. Die Einwirkung des Stromes dauert 10 Minuten, in welcher Zeit sich am Knallgas-Voltameter bei 0° Temperatur und 760 mm. Barometerstand 400 cbcm. Knallgas entwickelt haben:

a) wie gross ist die Stromstärke in Jacobi's Einheiten;
b) wie gross würde der Ausschlagswinkel *g* einer unter denselben Widerstandsverhältnissen in den Stromkreis eingeschalteten Tangentenboussole sein, deren Reduktionsfaktor 70 ist;
c) wie gross ist das Gewicht des zersetzten Wassers;
d) wie viel Kupfervitriol wurde im Kupfer-Voltameter zersetzt;
e) wie viel Kupfer hat sich an der Kathode niedergeschlagen;
f) wie viel salpetersaures Silberoxyd hat sich im Silber-Voltameter zersetzt, und
g) wie viel Silber hat sich an der Kathode niedergeschlagen?

C. IN DEN GALVANISCHEN ELEMENTEN.

349. Wodurch wird der in einer galvanischen Batterie stattfindende Materialverbrauch bedingt?

350. Ein Voltameter wird durch ein Zink-Kupfer-Element geschlossen. Nach 10 Minuten wird der Strom unterbrochen und es zeigt sich, dass 250 mg. Wasser zersetzt wurden:

a) wie viel Kupfervitriol wurde zersetzt;
b) wie viel Kupfer hat sich am Kupferelement niedergeschlagen;
c) wie viel Knallgas wurde im Voltameter entwickelt;
d) wie gross ist die Stromstärke in chemischen Einheiten;
e) wie gross würde unter denselben Widerstandsverhältnissen der Ausschlagswinkel *g* einer Tangentenboussole sein, deren Reduktionsfaktor 70 ist;
f) wie viel Sauerstoff ist in 250 mg. Wasser enthalten;
g) wie viel Zink hat sich mit dem Sauerstoff zu Zinkoxyd $(Zn\,O)$ verbunden, und
h) wie viel Schwefelsäure hat sich aus dem Kupfervitriol ausgeschieden und mit dem Zinkoxyd zu schwefelsaurem Zinkoxyd verbunden?

351. Ein Zink-Kupfer-Element wird durch ein Voltameter geschlossen. Nach 20 Minuten wird der Strom unterbrochen. Während dieser Zeit wurden im Voltameter, auf 0° Temperatur und auf den Barometerstand von 760 mm. reduzirt, 1000 cbcm. Knallgas entwickelt:

a) wie gross ist die Stromstärke in Jacobi's Einheiten;
b) wie gross würde unter denselben Widerstandsverhältnissen der Ausschlagswinkel einer Tangentenboussole sein, deren Reduktionsfaktor 70 ist;
c) wie gross ist das Gewicht des zersetzten Wassers;
d) wie viel Kupfervitriol wurde hiebei zersetzt;
e) wie viel Kupfer hat sich am Kupferelement niedergeschlagen;
f) wie viel Sauerstoff sind in der im Voltameter zersetzten Wassermenge enthalten;
g) wie viel Zink hat sich mit dem Sauerstoff zu Zinkoxyd verbunden und
h) wie viel Schwefelsäure hat sich aus dem Kupfervitriol ausgeschieden und mit dem Zinkoxyd verbunden?

352. Ein Zink-Kupfer-Element wird durch eine Tangentenboussole geschlossen, deren Reduktionsfaktor 70 ist. Wenn an derselben ein Ausschlagswinkel von 50° hervorgebracht wird und die Einwirkung des Stromes 20 Minuten gedauert hat:
a) wie gross ist die Stärke des Stromes in Jacobi's Einheiten;
b) wie viel cbcm. Knallgas würden in einem Knallgas-Voltameter entwickelt werden;
c) wie gross wäre das Gewicht des zersetzten Wassers;
d) wie viel Kupfervitriol hat sich im Element zersetzt;
e) wie viel Kupfer hat sich am Kupferelement niedergeschlagen;
f) wie gross ist das Gewicht des in der zersetzten Wassermenge enthaltenen Sauerstoffes;
g) wie viel Zink hat sich mit dem Sauerstoff zu Zinkoxyd verbunden, und
h) wie viel Schwefelsäure hat sich aus dem Kupfervitriol ausgeschieden und mit dem Zinkoxyd verbunden?

353. Ein Zink-Kupfer-Element, dessen Zinkplatte vor dem Gebrauche gewogen wurde, wird durch einen Leiter geschlossen. Nach 15 Minuten wird der Strom unterbrochen und die abermalige Wägung der Zinkplatte nach deren erfolgter Reinigung ergibt, dass sie 2 Gramm an Gewicht verloren hat:
a) wie viel Sauerstoff hat sich hiebei mit 2 Gramm Zink verbunden;
b) wie gross ist das Gewicht des im Element zersetzten Wassers;
c) wie gross wäre das Gewicht des in derselben Zeit und bei gleichen Widerstandsverhältnissen in einem Voltameter zersetzten Wassers;
d) wie gross wäre die im Voltameter entwickelte Knallgasmenge;
e) wie gross ist die vom Element gelieferte Stromstärke in Jacobi's Einheiten;
f) wie gross würde der Ausschlagswinkel g einer unter denselben Widerstandsverhältnissen in den Stromkreis geschalteten Tangentenboussole sein, deren Reduktionsfaktor 70 ist;
g) wie viel Kupfervitriol wurde zersetzt;
h) wie viel Kupfer hat sich am Kupferelement niedergeschlagen und
i) wie viel Schwefelsäure hat sich aus dem Kupfervitriol ausgeschieden und mit dem Zinkoxyd verbunden?

354. Wenn in einem Zink-Kupfer-Element in 12 Stunden 72 gr. Zink aufgelöst werden:
a) wie viel Sauerstoff hat sich mit dieser Zinkmenge verbunden;

b) wie viel Wasser wurde hiebei im Element zersetzt;
c) wie gross wäre das Gewicht des in derselben Zeit und bei gleichen Widerstandsverhältnissen in einem Voltameter zersetzten Wassers;
d) wie gross wäre die entwickelte Knallgasmenge;
e) wie gross ist die vom Element gelieferte Stromstärke in J. E.;
f) wie gross würde der Ausschlagswinkel g einer unter denselben Widerstandsverhältnissen in den Stromkreis eingeschalteten Tangentenboussole sein, deren Reduktionsfaktor gleich 70 ist;
g) wie viel Kupfervitriol wurde zersetzt;
h) wie viel Kupfer hat sich am Kupferzilinder niedergeschlagen, und
i) wie viel Schwefelsäure hat sich aus dem Kupfervitriol ausgeschieden und mit dem Zinkoxyd verbunden?

355. Ein Zink-Kupfer-Element liefert einen Strom, welcher der Jacobi'schen Stromeinheit gleichkommt, und daher in einer Minute bei 0^0 Temperatur und 760 mm. Barometerstand genau 1 cbcm. Knallgas geben würde. In welcher Zeit werden sich 2 gr. Zink aufgelöst haben?

356. Ein Zink-Kupfer-Element, dessen Stromstärke der Jacobi'schen Einheit gleichkommt, wird durch 20 Stunden geschlossen. Wie viel Zink wird sich in dieser Zeit aufgelöst haben?

357. Sechs hinter einander geschaltete Zink-Kupfer-Elemente werden durch einen Leiter mit einer Tangentenboussole verbunden, deren Reduktionsfaktor 70 ist. Die Tangentenboussole zeigt einen Ausschlagswinkel von 38^0 an. Nach 20 Minuten wird der Stromkreis unterbrochen:
a) wie gross ist die Stromstärke in Jacobi's Einheiten;
b) wie viel Knallgas würde in einem Voltameter in dieser Zeit entwickelt werden;
c) wie gross wäre das Gewicht des zersetzten Wassers;
d) wie viel Sauerstoff ist in der zersetzten Wassermenge enthalten;
e) wie viel Zink hat sich in jedem einzelnen Element und wie viel in allen sechs aufgelöst;
f) wie viel Kupfervitriol wurde in jedem einzelnen Element und wie viel in allen sechs zersetzt;
g) wie viel Kupfer hat sich an jedem Element und wie viel an allen sechs niedergeschlagen, und
h) wie viel Schwefelsäure hat sich in jedem einzelnen Element aus dem Kupfervitriol ausgeschieden und mit dem Zinkoxyd zu schwefelsaurem Zinkoxyd verbunden und wie viel in allen sechs Elementen?

VI.

DER EXTRASTROM.

358. Wenn ein galvanischer Strom durch eine Spirale geleitet wird, so wird in selber ein Extrastrom induzirt. In welchem Verhältniss steht die in einer jeden Umwindung der Spirale erregte elektromotorische Kraft zum primären Strome?

359. Wodurch wird die Stärke des Extrastromes bedingt?

360. Ein Relais vom Widerstande a wird durch einen Leiter vom Widerstande b mit einer Batterie von der elektromotorischen Kraft E

und vom Widerstande w geschlossen. Wenn nun in jeder der n Umwindungen des Relais eine elektromotorische Kraft $= e$ erregt wird:

a) wie gross ist der Extrastrom s und

b) welche Kraft wirkt im Momente des Entstehens des Extrastromes auf das Relais ein?

361. Eine Batterie von der elektromotorischen Kraft E und vom Widerstande w wird geschlossen, einmal durch ein Relais vom Widerstande a und von der Windungszahl m, und das zweitemal durch ein Relais vom Widerstande b und von der Umwindungszahl n:

a) in welchem Verhältniss stehen die in jeder Windung des einen und des andern Relais erregten elektromotorischen Kräfte e und $e_{,}$;

b) wie gross sind die Extraströme s und $s_{,}$ und in welchem Verhältniss stehen sie zu einander, und

c) welche Kräfte wirken im Momente des Entstehens der Extraströme auf die Relais ein?

362. Dieselbe Frage, wenn $a = b$ ist, d. h. wenn die Widerstände der Relais gleich sind.

363. Dieselbe Frage, wenn $m = n$ ist.

364. Dieselbe Frage, wenn $a = b$ und $m = An$ ist.

365. Eine Batterie von der elektromotorischen Kraft E und deren Widerstand vernachlässigt werden kann, wird zuerst durch ein Relais vom Widerstande a und von der Umwindungszahl m und durch eine Leitung vom Widerstande l, und dann durch ein Relais vom Widerstande b und von der Umwindungszahl n und durch eine andere Leitung geschlossen. Wie gross muss der Widerstand x dieser Leitung sein, damit in beiden Fällen Extraströme gleicher Stärke hervorgerufen werden?

366. Wie gross ist x, wenn beispielsweise $m = 400$, $a = 10$, $l = 60$, $n = 1600$ und $b = 30$ ist?

367. In welchem Verhältniss müssen die Stromstärken S und $S_{,}$ zweier Batterien, deren Widerstände vernachlässigt werden können, stehen, wenn bei zwei Relais von gleichem Widerstande a, jedoch verschiedener Umwindungszahlen m und n bei derselben Leitung vom Widerstande l dennoch gleich starke Extraströme hervorgerufen werden sollen?

368. Wie gross ist das Verhältniss, wenn $n = 2m$ ist?

369. Hipp hat beobachtet, dass ein Morse'scher Schreibapparat vom Widerstande r in einer bestimmten Einstellung nur 16 Zeichen in einer Sekunde zu geben vermochte, wenn er durch den Strom eines Elements vom Widerstande w in Thätigkeit gesetzt wurde; dagegen 26 Zeichen, wenn eine vielpaarige Säule (z. B. aus 12 Elementen), deren Strom jenem des frühern Elements durch Einschaltung eines entsprechenden Rheostatwiderstandes l gleich gemacht war, auf ihn einwirkte. In welcher Weise lässt sich diese trotz gleicher Stromstärken verschiedene Apparatwirkung erklären?

370. Um den in den Elektromagneten eines Relais auftretenden Extrastrom, welcher die rasche Entwicklung des Elektromagnetismus und daher auch die Schnelligkeit der Zeichenreproduktion behindert, zu kompensiren, wird zum Relais ein Elektromagnet parallel geschaltet. Wie gross muss die Zahl der Umwindungen und der Querschnitt des Drahtes dieses Elektromagnets sein, damit der angestrebte Zweck erreicht werde?

AUFLÖSUNGEN.

I.

WIDERSTÄNDE.

1. Jene Verhältnisszahl, welche anzeigt, wie oft der Leitungswiderstand oder die Leitungsfähigkeit eines Leiters grösser oder kleiner ist als der Leitungswiderstand oder die Leitungsfähigkeit eines andern Körpers von denselben Dimensionen.

2. Im umgekehrten Verhältniss. Denn je grösser die Leitungsfähigkeit, desto geringer ist der Leitungswiderstand, und umgekehrt, so dass der Werth der einen Grösse durch den reziproken Werth der andern Grösse ausgedrückt wird.

3. Der vorigen Aufgabe zufolge ist: $F = \frac{1}{W}$.

4. Derselben Aufgabe zufolge ist: $W = \frac{1}{F}$.

5.

Spez. Leitungswiderstand	Quecksilber	Kupfer	Eisen
Quecksilber = 1	1	0,0182	0,1176
Kupfer . . . . = 1	$\frac{1}{0{,}0182} = 54{,}945$	$\frac{0{,}0182}{0{,}0182} = 1$	$\frac{0{,}1176}{0{,}0182} = 6{,}46$
Eisen . . . . . = 1	$\frac{1}{0{,}1176} = 8{,}5$	$\frac{0{,}0182}{0{,}1176} = 0{,}1547$	$\frac{0{,}1176}{0{,}1176} = 1$

6.

Spez. Leitungsfähigkeit	Quecksilber	Kupfer	Eisen
Quecksilber = 1	$\frac{1}{1} = 1$	$\frac{1}{0{,}0182} = 54{,}945$	$\frac{1}{0{,}1176} = 8{,}5$
Kupfer . . . . = 1	$\frac{1}{54{,}945} = 0{,}0182$	$\frac{54{,}945}{54{,}945} = 1$	$\frac{8{,}5}{54{,}945} = 0{,}1547$
Eisen . . . . . = 1	$\frac{1}{8{,}5} = 0{,}1176$	$\frac{54{,}945}{8{,}5} = 6{,}46$	$\frac{8{,}5}{8{,}5} = 1$

7. Der Widerstand hinter einander geschalteter Leiter ist gleich der Summe der Widerstände der einzelnen Leiter. Daher

$$W = a + b \text{ und demnach: } F = \frac{1}{W} = \frac{1}{a + b}.$$

8. $W = 10 + 15 = 25$ und $F = \frac{1}{25} = 0{,}04$.

9. Die Leitungsfähigkeit der einzelnen Drähte ist $\frac{1}{a}$ und $\frac{1}{b}$, daher deren Gesammtleitungsfähigkeit: $F = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab}$. Der Gesammtwiderstand dagegen ist gleich: $W = \frac{1}{F} = \frac{ab}{a+b}$.

Der Widerstand zweier parallel geschalteter Leiter ist also gleich dem Produkte getheilt durch die Summe der Widerstände der einzelnen Leiter.

10. $F = \frac{20 + 30}{20 \,.\, 30} = \frac{1}{12}$; $W = \frac{1}{F} = \frac{20 \,.\, 30}{20 + 30} = 12$.

11. $W = a + b + c + d$; und $F = \frac{1}{W} = \frac{1}{a + b + c + d}$.

12. $F = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} = \frac{bcd + acd + abd + abc}{abcd}$

und $W = \frac{1}{F} = \frac{abcd}{bcd + acd + abd + abc}$.

13. Aus 11 folgt: $W = 4a$, und $F = \frac{1}{4a}$.

Aus 12 folgt: $F = \frac{4a^3}{a^4} = \frac{4}{a}$, und $W = \frac{1}{F} = \frac{a^4}{4a^3} = \frac{a}{4}$.

14. $W = a + a + a + a + a + \ldots\ldots\ldots\ldots + a + a$. Da a hiebei n mal als Addend erscheint, so ist: $W = na$.

15. Die Leitungsfähigkeit F dieser Drähte, wenn sie parallel geschaltet werden, ist:

$$F = \frac{1}{a} + \frac{1}{a} + \frac{1}{a} + \frac{1}{a} + \frac{1}{a} + \ldots\ldots\ldots\ldots + \frac{1}{a} + \frac{1}{a}.$$

Da $\frac{1}{a}$ hier n mal als Addend erscheint, so ist:

$$F = \frac{n}{a}; \text{ und daher: } W = \frac{1}{F} = \frac{a}{n}.$$

Wenn mehrere Leiter gleichen Widerstandes parallel geschaltet werden, so ist deren Gesammtwiderstand gleich dem Widerstande eines Leiters getheilt durch die Anzahl der Drähte.

16. Der Aufgabe 9 zufolge ist:

$$W = \frac{ax}{a + x}; \text{ und daher: } x = \frac{aW}{a - W}.$$

17. Der Widerstand der parallel geschalteten Drähte a und b ist der Aufgabe 9 zufolge gleich $\frac{ab}{a+}$. Da der Draht c nachgeschaltet ist, so ist: $W = \frac{ab}{a+b} + c = \frac{ab + ac + bc}{a+b}$.

18. $W = \frac{20 \,.\, 30 + 20 \,.\, 40 + 30 \,.\, 40}{20 + 30} = 52$.

19. Nachdem W durch eine Kreislinie repräsentirt wird, deren Halbmesser r Widerstandseinheiten enthält, so ist: $W = 2 r \pi$.

20. Da jede Hälfte dieser Kreislinie durch $r \pi$ ausgedrückt wird, so ist nach Aufgabe 9: $W = \frac{r \pi \, . \, r \pi}{r \pi + r \pi} = \frac{r \pi}{2}$ gleich dem Widerstandsbogen, welcher dem Winkel von 90° zukommt.

21. Der Bogen von 90° ist gleich $\frac{r \pi}{2}$ und jener von 270° gleich $\frac{3 r \pi}{2}$, daher nach Aufgabe 9: $W = \frac{\frac{3 r \pi}{2} \, . \, \frac{r \pi}{2}}{\frac{3 r \pi}{2} + \frac{r \pi}{2}} = \frac{3}{4} \, . \, \frac{r \pi}{2}$.

Da $\frac{r \pi}{2}$ der Bogen von 90° ist, so entspricht W dem Bogen des Winkels von $\frac{3}{4} \cdot 90^{0} = 67{,}5^{0}$.

22. Der Widerstand des ersten Schliessungskreises ist gleich $2 R \pi$ und jener des zweiten gleich $2 r \pi$. Daher nach Aufgabe 9:

a) $W = \frac{2 R \pi \, . \, 2 r \pi}{2 R \pi + 2 r \pi} = \frac{2 r R \pi}{R + r}$.

b) Der Widerstand des Kreises vom Halbmesser x ist gleich $2 x \pi$. Da dieser Widerstand jenem W gleich sein soll, so ist:

$2 x \pi = \frac{2 r R \pi}{R + r}$, und daraus: $x = \frac{r R}{r + R}$.

Fig. 1.

Ist $r = \frac{R}{2}$ oder $2 r = R$, d. h. ist der Halbmesser des einen Kreises gerade so gross wie der Durchmesser des andern, so ist aus Punkt *a)*: $W = \frac{2 R \pi}{3}$ und aus Punkt *b)*: $x = \frac{R}{3}$. Unter diesen Verhältnissen ist der Gesammtwiderstand gleich dem dritten Theile des Widerstandes des grösseren Kreises, resp. gleich dem Widerstande des Bogens, welcher dem Winkel 120° entspricht, während der Halbmesser des neuen Kreises gleich dem dritten Theile des grösseren Kreises ist.

23. Jene Zahl, welche anzeigt, wie oft der zur Einheit angenommene Widerstand eines Leiters von bestimmten Dimensionen in dem Widerstande eines anderen beliebigen Leiters enthalten ist.

24. $W = \frac{l w}{q}$, d. h. der reduzirte Widerstand eines Leiters ist seiner Länge und dem spez. Leitungswiderstande direkt und dem Querschnitte umgekehrt proportional.

25. Der reduzirte Widerstand des einen Drahtes ist gleich: $W = \frac{l w}{q}$, und jener des zweiten Drahtes: $W_{\prime} = \frac{l_{\prime} w_{\prime}}{q_{\prime}}$; daher:

$$W : W_{,} = \frac{lw}{q} : \frac{l_{,}w_{,}}{q_{,}} = lwq_{,} : l_{,}w_{,}q.$$

26. *a)* $W : W_{,} = wq_{,} : w_{,}q$;
b) $W : W_{,} = lq_{,} : l_{,}q$;
c) $W : W_{,} = w : w_{,}$;
d) $W : W_{,} = q_{,} : q$;
e) $W : W_{,} = l : l_{,}$.

27. Da $w = \frac{1}{k}$ ist, so folgt aus Aufgabe 24: $W = \frac{l}{kq}$, d. h. der reduzirte Widerstand eines Leiters ist seiner Länge direkt, seinem Querschnitte und seinem spez. Leitungsvermögen aber umgekehrt proportional.

28. Jacobi's Einheit, Siemens Einheit und die Kilometer-Einheit. Zu Grunde liegt: der Jacobi'schen Einheit ein Draht von 1 Meter Länge und 1 Millimeter Durchmesser aus chemisch-reinem Kupfer; der Siemens'schen Einheit eine Quecksilbersäule von 1 Meter Länge und 1 □Millimeter Querschnitt; der Kilometer-Einheit ein 4 Millimeter dicker und 1 Kilometer langer Eisenleitungsdraht.

29. Da $q_{,} = d_{,}^{2}$ und $q = \frac{d^2\pi}{4}$ ist, so folgt, wenn diese Werthe in Aufgabe 25 substituirt werden: $W : W_{,} = \frac{4lw}{d^2\pi} : \frac{l_{,}w_{,}}{d_{,}^{2}}$.

30. In diesem Falle ist $q = \frac{d^2\pi}{4}$ und $q_{,} = \frac{d_{,}^{2}\pi}{4}$. Daher folgt aus Aufgabe 25: $W : W_{,} = \frac{4lw}{d^2\pi} : \frac{4l_{,}w_{,}}{d_{,}^{2}\pi} = \frac{lw}{d^2} : \frac{l_{,}w_{,}}{d_{,}^{2}}$.

31. Aus Aufgabe 29 folgt, wenn $W_{,}$ als der Widerstand der Siemens-Einheit von der Länge $l_{,} = 1$, vom Querschnitte $d_{,}^{2} = 1$ und vom spez. Leitungswiderstande $w_{,} = 1$ betrachtet und daher $W_{,} = 1$ angenommen wird, für den Widerstand W eines beliebigen Drahtes von der Länge l, vom Durchmesser d und vom spez. Leitungswiderstande w in Siemens-Einheiten:

$$W : 1 = \frac{4lw}{d^2\pi} : 1; \text{ daraus: } W = \frac{4lw}{d^2\pi}.$$

32. Aus Aufgabe 30 folgt, wenn $W_{,}$ als der Widerstand der Jacobi'schen Einheit von der Länge $l_{,} = 1$, vom Durchmesser $d_{,} = 1$ und vom spez. Leitungswiderstande $w_{,}$ betrachtet und daher $W_{,} = 1$ angenommen wird, für den Widerstand W eines beliebigen Drahtes von der Länge l, vom Durchmesser d und vom spez. Leitungswiderstande w in Jacobi's Einheiten:

$$W : 1 = \frac{lw}{d^2} : w_{,} \text{ und } W = \frac{lw}{d^2 w_{,}}.$$

Wird aber der spez. Leitungswiderstand des Kupfers als Einheit, daher $w_{,} = 1$ angenommen, so ist w der spez. Leitungswiderstand des Leiters auf Kupfer bezogen und es ist dann $W = \frac{lw}{d^2}$ als der gesuchte Widerstand des Leiters.

33. Da die Jacobi'sche Einheit gleichfalls aus Kupfer besteht, so ist $w = w_{,}$, daher: $W = \frac{l}{d^2}$.

34. *a)* Aus Aufgabe 31 folgt, wenn $l = 1$, $d^2 = 1$ und $w = 0{,}0182$ gesetzt wird, für die J. E.: $W = \frac{4 \ . \ 0{,}0182}{3{,}14} = 0{,}0232$ S. E.

b) Wird am einfachsten durch folgende Betrachtung ermittelt. Wenn der Widerstand von 1 J. E. = 0,0232 S. E., so ist der Widerstand W von 1 S. E. gleich: $W = \frac{1}{0{,}0232} = 43{,}103$ J. E.

Dasselbe Resultat ist auch nach Aufgabe 29 erhältlich, wenn daselbst: $W = 1$; $w = 1$; $l = l_{,} = 1$; $d^2 = d_{,}^2 = 1$; und $w_{,} = 54{,}945$ gesetzt wird.

c) Wird in der Aufgabe 31 $l = 1000$, $d^2 = 16$ und $w = 0{,}1176$, — wenn der spez. Leitungswiderstand des Quecksilbers = 1 ist, — gesetzt, so ist: $W = \frac{4 \ . \ 1000 \ . \ 0{,}1176}{16 \ . \ 3{,}14} = 9{,}363$ S. E.

d) Nachdem 1 S. E. = 43,103 J. E. ist, so ist der Widerstand einer Kilometer-Einheit durch Jacobi'sche Einheiten ausgedrückt, gleich

$$W = 9{,}363 \times 43{,}103 = 403{,}57 \text{ J. E.}$$

Dasselbe Resultat erhält man auch nach Aufgabe 32.

35. Nach Aufgabe 31 ist:

für den 5 mm. starken Eisendraht:

$$W = \frac{4 \ . \ 1000 \ . \ 0{,}1176}{25 \ . \ 3{,}14} = 6 \text{ S. E.},$$

für den 4,5 mm. starken Eisendraht:

$$W = \frac{4 \ . \ 1000 \ . \ 0{,}1176}{20{,}25 \ . \ 3{,}14} = 7{,}4 \text{ S. E.},$$

für den 3 mm. starken Eisendraht:

$$W = \frac{4 \ . \ 1000 \ . \ 0{,}1176}{9 \ . \ 3{,}14} = 16{,}645 \text{ S. E.}$$

36. Nach Aufgabe 32 ist:

für den 5 mm. starken Eisendraht:

$$W = \frac{1000 \ . \ 0{,}1176}{25 \ . \ 0{,}0182} = 258{,}46 \text{ J. E.},$$

für den 4,5 mm. starken Eisendraht:

$$W = \frac{1000 \ . \ 0{,}1176}{20{,}25 \ . \ 0{,}0182} = 319{,}08 \text{ J. E.},$$

für den 3 mm. starken Eisendraht:

$$W = \frac{1000 \ . \ 0{,}1176}{9 \ . \ 0{,}0182} = 717{,}94 \text{ J. E.}$$

37. Aus Aufgabe 33 folgt: $W = \frac{6{,}25}{0{,}25^2} = 100$ J. E.

38. Aus Aufgabe 31 folgt: $W = \frac{4 \ . \ 6{,}25 \ . \ 0{,}0182}{0{,}25^2 \ . \ 3{,}14}$,

woraus resultirt: $W = 2{,}32$ S. E.

39. Aus Aufgabe 33 folgt für die Länge l des Drahtes: $l = W \cdot d^2$. Werden die angenommenen Werthe substituirt, so erhält man:

$$l = 100 \cdot 0{,}25^2 = 6{,}25 \text{ Meter.}$$

40. Aus Aufgabe 31 folgt für die Länge l des Drahtes: $l = \frac{W \cdot d^2 \cdot \pi}{4 \cdot w}$. Nach Substituirung der angenommenen Werthe erhält man: $l = \frac{100 \cdot 0{,}25^2 \cdot 3{,}14}{4 \cdot 0{,}0182} = 269{,}57$ Meter.

41. Nach der allgemeinen Formel der vorigen Aufgabe ist:

$$l = \frac{100 \cdot 3{,}14}{4 \cdot 0{,}1176} = 667{,}5 \text{ Meter.}$$

42. Da hier die Widerstände gleich sein müssen, so folgt, wenn in der Aufgabe 30 $W = W_,$ gesetzt wird: $\frac{l w}{d^2} = \frac{l_, w_,}{d_,^2}$, und daraus, wenn l, w und d dem Eisendraht zukommen, für die Länge: $l = \frac{l_, w_, d^2}{w \cdot d_,^2}$. Werden die angenommenen Werthe substituirt, so ist die gesuchte Länge des Eisendrahtes: $l = \frac{20 \cdot 0{,}0182 \cdot 0{,}75^2}{0{,}1176 \cdot 0{,}25^2} = 27{,}86$ Meter.

43. Der Aufgabe 35 zufolge ist der Widerstand eines 1 Kilometer langen 3 mm. starken Eisendrahtes gleich 16,645 S. E., daher der Widerstand von 7,5 Kilometer gleich $16{,}645 \times 7{,}5 = 124{,}84$ S. E.

Aus derselben Aufgabe berechnet sich der Widerstand von 7,5 Kilometer 5 mm. starken Eisendrahtes mit: $6 \times 7{,}5 = 45$ S. E. Daher ist die Differenz $D = 124{,}84 - 45 = 79{,}84$ S. E.

44. In derselben Weise berechnet man aus der Aufgabe 35 den Widerstand von 7,5 Kilometer 4,5 mm. starken Eisendrahtes mit $7{,}5 \times 7{,}4 = 54{,}7$ S. E. Es ist die Differenz daher gleich:

$$D = 124{,}84 - 54{,}7 = 70{,}14 \text{ S. E.}$$

45. Nach Aufgabe 26 *d)* verhalten sich die Widerstände zweier gleich langen Leiter von derselben Materie wie umgekehrt die Querschnitte. In der vorliegenden Aufgabe ist der Querschnitt des einen Drahtes: $q = \frac{d^2 \pi}{4}$, und der Querschnitt des anderen Drahtes: $q_, = \frac{d_,^2 \pi}{4}$, daher: $W : W_, = \frac{d_,^2 \pi}{4} : \frac{d^2 \pi}{4} = d_,^2 : d^2$. Die Widerstände verhalten sich daher wie umgekehrt die Quadrate der Durchmesser.

46. $W : W_, = 25 : 16$; oder $\frac{W}{W_,} = \frac{25}{16} = 1{,}5625$, d. h. der Widerstand des 3 mm. starken Drahtes ist 1,5625 mal grösser als jener des 5 mm. starken Drahtes.

47. Der reduzirte Widerstand des Kupferdrahtes ist: $W = \frac{4 l w}{d^2 \pi}$, und jener des Eisendrahtes bei gleicher Länge: $W_, = \frac{4 l w_,}{x^2 \pi}$. Da die Widerstände gleich sein sollen, so ist: $\frac{4 l w}{d^2 \pi} = \frac{4 l w_,}{x^2 \pi}$. Daraus folgt:

$x = d\sqrt{\frac{w_{,}}{w}}$. Wenn, auf den spez. Leitungswiderstand des Quecksilbers gleich 1 bezogen, für $w_{,} = 0{,}1176$, und für $w = 0{,}0182$ substituirt und die Quadratwurzel gezogen wird, so ist: $x = d \;.\; 2{,}542$.

48. Wenn der Halbmesser des Kupferdrahtes $= 1$ ist, so ist der Durchmesser $d = 2$, daher: $x = 2 \;.\; 2{,}542 = 5{,}084$.

49. Der Widerstand des Eisendrahtes ist gleich: $\frac{l_{,} w_{,}}{q_{,}}$, und jener des Kupferdrahtes von gleicher Länge $\frac{l_{,} w}{q}$. Nachdem diese Widerstände gleich sein sollen, so folgt: $\frac{l_{,} w_{,}}{q_{,}} = \frac{l_{,} w}{q}$, und daraus: $q_{,} = \frac{w_{,} q}{w}$. Da $w_{,} = 0{,}1176$ und $w = 0{,}0182$ ist, so folgt: $q_{,} = \frac{0{,}1176 \;.\; q}{0{,}0182} = 6{,}46 \;.\; q$, d. h. wenn gleiche Widerstände erlangt werden sollen, muss der Querschnitt des Eisendrahtes 6,46 mal grösser sein als der Querschnitt eines gleich langen Kupferdrahtes.

50. Für den Kupferdraht ist der Widerstand $W = \frac{4\,l\,w}{d^2\,\pi}$ und für den Eisendraht $W_{,} = \frac{4\,l_{,} w_{,}}{d_{,}^2\,\pi}$. Das Verhältniss ist daher, wenn $l = l_{,}$ gesetzt und für w der Werth 0,0182 und für $w_{,}$ jener 0,1176 substituirt wird: $W : W_{,} = \frac{0{,}0182}{d^2} : \frac{0{,}1176}{d_{,}^2} = 0{,}0182 \;.\; d_{,}^2 : 0{,}1176 \;.\; d^2$.

51. $W : W_{,} = 0{,}0182 \;.\; 16 : 0{,}1176 \;.\; 9 = 0{,}2912 : 1{,}0584$.

$$\frac{W_{,}}{W} = \frac{1{,}0584}{0{,}2912} = 3{,}6345.$$

52. Nach 15 Jahren ist der Durchmesser des 5 mm. starken Eisendrahtes geschwunden um $0{,}043573 \times 15 = 0{,}6536$ mm. Daher beträgt der Durchmesser des Drahtes nach dieser Zeit: $5 - 0{,}6536 = 4{,}3464$ mm.

Nach Aufgabe 45 ist daher:

$$W : W_{,} = 25 : (4{,}3464)^2 = 25 : 18{,}89,\; \frac{W}{W_{,}} = \frac{25}{18{,}89} = 1{,}3234,$$

d. h. der Widerstand der 5 mm. starken Eisenleitung ist nach dieser Zeit um 1,3234 mal grösser geworden.

53. Nach 15 Jahren beträgt der Schwund eben so viel wie in der vorigen Aufgabe. Nach dieser Zeit ist der Durchmesser des Drahtes gleich: $3 - 0{,}6536 = 2{,}3464$ mm. Die Widerstände verhalten sich daher:

$$W : W_{,} = 3^2 : (2{,}3464)^2 = 9 : 5{,}5056,\; \frac{W}{W_{,}} = \frac{9}{5{,}5056} = 1{,}6347.$$

54. Der reduzirte Widerstand des Kupferdrahtes nach Aufgabe 31 beträgt $\frac{4\,l\,w}{d^2\,\pi}$ und ebenso jener des Eisendrahtes $\frac{4\,l_{,} w_{,}}{d_{,}^2\,\pi}$ in S. E. Daher ist der Gesammtwiderstand gleich:

$$a)\; W = \frac{4\,l\,w}{d^2\,\pi} + \frac{4\,l_{,} w_{,}}{d_{,}^2\,\pi} = \frac{4}{\pi}\left(\frac{l\,w\,d_{,}^2 + l_{,} w_{,} d^2}{d^2\,d_{,}^2}\right).$$

b) Der Widerstand des Kupferdrahtes von der Länge L und vom Durchmesser D beträgt $\frac{4Lw}{D^2\pi}$. Da dieser Widerstand jenem W in *a)* gleich sein soll, so ist: $\frac{4Lw}{D^2\pi} = \frac{4}{\pi}\left(\frac{lwd_,^2 + l_,w_,d^2}{d^2d_,^2}\right)$ und daraus: $L = D^2\left(\frac{lwd_,^2 + l_,w_,d^2}{d^2d_,^2w}\right)$.

c) In ähnlicher Weise findet man für die Länge $L_,$ des Eisendrahtes vom Durchmesser $D_,$: $L_, = D_,^2\left(\frac{lwd_,^2 + l_,w_,d^2}{d^2d_,^2w_,}\right)$.

55. Da für den Kupferdraht $w = 0{,}0182$ und für den Eisendraht $w_, = 0{,}1176$ ist, wenn der spez. Leitungswiderstand des Quecksilbers $= 1$ angenommen wird, so folgt für W:

$$W = \frac{4}{3{,}14}\left(\frac{100 \,.\, 0{,}0182 \,.\, 0{,}36 + 50 \,.\, 0{,}1176 \,.\, 0{,}25}{0{,}25 \,.\, 0{,}36}\right) = 30 \text{ S. E.}$$

$$L = 0{,}64\left(\frac{100 \,.\, 0{,}0182 \,.\, 0{,}36 + 50 \,.\, 0{,}1176 \,.\, 0{,}25}{0{,}25 \,.\, 0{,}36 \,.\, 0{,}0182}\right) = 830{,}3 \text{ Meter.}$$

$$L_, = 1{,}44\left(\frac{100 \,.\, 0{,}0182 \,.\, 0{,}36 + 50 \,.\, 0{,}1176 \,.\, 0{,}25}{0{,}25 \,.\, 0{,}36 \,.\, 0{,}1176}\right) = 289{,}14 \text{ Meter.}$$

56. Die reduzirten Widerstände für die einzelnen Drähte sind wie in Aufgabe 54, also $\frac{4lw}{d^2\pi}$ für den Kupferdraht und $\frac{4l_,w_,}{d_,^2\pi}$ für den Eisendraht. Da diese Drähte parallel geschaltet werden, so ist deren Gesammtwiderstand nach Aufgabe 9:

$$a)\quad W = \frac{\frac{4lw}{d^2\pi} \cdot \frac{4l_,w_,}{d_,^2\pi}}{\frac{4lw}{d^2\pi} + \frac{4l_,w_,}{d_,^2\pi}} = \frac{4lwl_,w_,}{lwd_,^2\pi + l_,w_,d^2\pi}.$$

b) Der reduzirte Widerstand des Kupferdrahtes von der Länge L und vom Durchmesser D ist gleich $\frac{4Lw}{D^2\pi}$.

Nachdem der Widerstand dieses Drahtes dem sub *a)* bestimmten Widerstande der beiden parallel geschalteten Drähte gleich sein soll, so ist: $\frac{4Lw}{D^2\pi} = \frac{4lwl_,w_,}{lwd_,^2\pi + l_,w_,d^2\pi}$; und daraus:

$$L = \frac{D^2lwl_,w_,}{w(lwd_,^2 + l_,w_,d^2)} = \frac{D^2ll_,w_,}{lwd_,^2 + l_,w_,d^2}.$$

c) In derselben Weise resultirt für die Länge L des Eisendrahtes:

$$L_, = \frac{D_,^2lwl_,w_,}{w_,(lwd_,^2 + l_,w_,d^2)} = \frac{D_,^2ll_,w}{lwd_,^2 + l_,w_,d^2}.$$

57. *a)* $$W = \frac{4 \,.\, 100 \,.\, 0{,}0182 \,.\, 50 \,.\, 0{,}1176}{100 \,.\, 0{,}0182 \,.\, 0{,}36 \,.\, 3{,}14 + 50 \,.\, 0{,}1176 \,.\, 0{,}25 \,.\, 3{,}14} = 6{,}415 \text{ S. E.}$$

b) $$L = \frac{0{,}64 \,.\, 100 \,.\, 0{,}1176 \,.\, 50}{100 \,.\, 0{,}0182 \,.\, 0{,}36 + 50 \,.\, 0{,}1176 \,.\, 0{,}25} = 177{,}07 \text{ Meter.}$$

c) $L_{,} = \frac{1,44 \ . \ 100 \ . \ 0,0182 \ . \ 50}{100 \ . \ 0,0182 \ . \ 0,36 + 50 \ . \ 0,1176 \ . \ 0,25} = 61,66$ Meter.

58. Der Widerstand der einen Leitung ist gleich $\frac{4lw}{d^2 \pi}$ und der andern $\frac{4lw}{d_{,}^2 \pi}$. Daher ist der Gesammtwiderstand, wenn sie als hinter einander geschaltet betrachtet werden:

a) $W = \frac{4lw}{d^2 \pi} + \frac{4lw}{d_{,}^2 \pi} = \frac{4lw}{\pi d^2 d_{,}^2} (d^2 + d_{,}^2)$;

b) werden sie jedoch als parallel geschaltet betrachtet, so ist:

$$W_{,} = \frac{\frac{4lw}{d^2 \pi} \cdot \frac{4lw}{d_{,}^2 \pi}}{\frac{4lw}{d^2 \pi} + \frac{4lw}{d_{,}^2 \pi}} = \frac{4lw}{\pi (d^2 + d_{,}^2)}.$$

59. a) $W = \frac{4 \ . \ 2000 \ . \ 0,1176}{3 \ . \ 14 \ . \ 9 \ . \ 25} (9 + 25) = 45,28$ S. E.

b) $W = \frac{4 \ . \ 1000 \ . \ 0,1176}{3,14 \ (9 + 25)} = 8,81$ S. E.

60. a) Für die Station A sind die beiden Leiter $L - a$ und b als parallel geschaltet zu betrachten, daher deren Widerstand nach Aufgabe 9 gleich ist: $\frac{(L - a) b}{L - a + b}$. Da a diesem Widerstande nachgeschaltet ist, so ist der Gesammtwiderstand für die Station A gleich: $W = a + \frac{(L-a)b}{L-a+b} = \frac{a(L-a)+bL}{L-a+b}$. Für die Station B sind dagegen a und b die beiden parallel geschalteten Leiter mit dem Widerstande $\frac{ab}{a+b}$, welchen der Leiter $L-a$ nachgeschaltet ist. Daher ist der Gesammtwiderstand für die Station B gleich: $W_{,} = L - a + \frac{ab}{a+b} = \frac{a(L-a)+bL}{a+b}$.

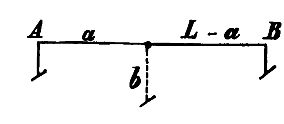


Fig. 2.

b) Wenn die Widerstände W und $W_{,}$ für beide Stationen gleich sein sollen, so ist:

$$\frac{a(L-a)+bL}{L-a+b} = \frac{a(L-a)+bL}{a+b} \text{ und daraus: } a = \frac{L}{2};$$

d. h. die Ableitung müsste in der Mitte der Leitung angebracht sein.

61. Der Widerstand in S. E. ist gleich: $W = \frac{4lw}{d^2 \pi}$, wobei w den spez. Leitungswiderstand des Drahtes auf Quecksilber bezogen, bedeutet. Da das Volumen in Cubikcentimetern gegeben ist, so müssen die gesuchten Dimensionen ebenfalls in Centimeter umgewandelt werden. Es sind daher l Meter gleich $100\,l$ Centimeter und d Millimeter gleich $\frac{d}{10}$ Centimeter. Das gegebene Volumen ist daher, wenn das

Metall zu Draht ausgezogen wird: $V = 100\ l\ .\ \frac{d^2\pi}{400}$. Aus diesen zwei Gleichungen folgt: $l = \sqrt{\frac{V\ .\ W}{w}}$; und $d = 2\sqrt{\frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{w\ V}{W}}}$.

62. $l = \sqrt{\frac{100\ .\ 100}{0{,}0182}} = 741{,}3$ Meter;

$$d = 2\sqrt{\frac{1}{3{,}14}\sqrt{\frac{0{,}0182\ .\ 100}{100}}} = 0{,}414 \text{ Millimeter.}$$

63. Nachdem für Eisen $w = 0{,}1176$ ist, so erhält man: $l = \sqrt{\frac{100\ .\ 100}{0{,}1176}} = 291{,}63$ m.; $d = 2\sqrt{\frac{1}{3{,}14}\sqrt{\frac{0{,}1176\ .\ 100}{100}}} =$ $= 0{,}668$ mm.

64. Nach Aufgabe 32 ist der Widerstand in J. E., wenn der spez. Leitungswiderstand des Kupfers als Einheit genommen wird: $W = \frac{l\,w}{d^2}$. Nach der Aufgabe 61 ist aber das Volumen gleich: $V = 100\,l\,\frac{d^2\pi}{400} = \frac{l\,d^2\pi}{4}$. Aus diesen zwei Gleichungen ergibt sich: $l = \sqrt{\frac{4\,V\,W}{w\,\pi}}$; und $d = \sqrt{2\sqrt{\frac{w\ V}{W\,\pi}}}$.

65. Hier ist $w = 1$, weil der spez. Leitungswiderstand des Kupfers zur Einheit genommen wurde. Es ist daher:

$$l = \sqrt{\frac{4\ .\ 100\ .\ 100}{3{,}14}} = 112{,}866 \text{ m.};\ d = \sqrt{2\sqrt{\frac{100}{100\ .\ 3{,}14}}} = 1{,}06 \text{ mm.}$$

66. Nach Aufgabe 5 ist der spez. Leitungswiderstand des Eisens $w = 6{,}46$, wenn jener des Kupfers $= 1$ ist. Es ist daher:

$$l = \sqrt{\frac{4\ .\ 100\ .\ 100}{6{,}46\ .\ 3{,}14}} = 44{,}4 \text{ m.};\ d = \sqrt{2\sqrt{\frac{6{,}46\ .\ 100}{100\ .\ 3{,}14}}} = 1{,}7 \text{ mm.}$$

67. Der Widerstand des ausgezogenen Drahtes, in S. E. ausgedrückt, ist gleich: $W = \frac{4\,l\,w}{d^2\,\pi}$, wobei w nach der Natur des Metalles den spez. Leitungswiderstand des Drahtes vorstellt.

D a s   P r o d u k t   a u s   d e m   V o l u m e n   u n d   a u s   d e m   s p e z. G e w i c h t e   i s t   g l e i c h   d e m   a b s o l u t e n   G e w i c h t e. Das Volumen soll in Cubikcentimetern ausgedrückt, und das absolute Gewicht auf Gramme reduzirt werden, weil ein Cubikcentimeter destillirten Wassers bei seiner grössten Dichte 1 Gramm wiegt. Es sind daher d mm. $= \frac{d}{10}$ cm., l m. $= 100\ l$ cm., und G kg. $= G \times 1000$ Gramm. Folglich ist: $\left(\frac{d}{20}\right)^2 \pi\ .\ 100\ l\ .\ s = 1000\ .\ G = \frac{d^2}{4}\ \pi\ .\ l\ .\ s$.

Aus diesen zwei Gleichungen resultirt: $l = \sqrt{\frac{1000\ .\ G\ .\ W}{s\ .\ w}}$;

und $d = \sqrt{\frac{4}{\pi}\sqrt{\frac{1000 \,.\, G \,.\, w}{s \,.\, W}}} = 2\sqrt{\frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{1000 \,.\, G \,.\, w}{s \,.\, W}}}$.

68. $l = \sqrt{\frac{1000 \,.\, 100}{8,8 \,.\, 0,0182}} = 790,17$ Meter,

$d = \sqrt{\frac{4}{3,14}\sqrt{\frac{1000 \,.\, 0,0182}{8,8 \,.\, 100}}} = 0,4281$ Millimeter.

69. $l = \sqrt{\frac{1000 \,.\, 100}{7,81 \,.\, 0,1176}} = 330$ Meter,

$d = \sqrt{\frac{4}{3,14}\sqrt{\frac{1000 \,.\, 0,1176}{7,81 \,.\, 100}}} = 0,709$ Millimeter.

70. Der Widerstand des Drahtes in J. E. ist gleich: $W = \frac{lw}{d^2}$. Die zweite Gleichung ist dieselbe wie in Aufgabe 67; daher: $1000 \,.\, G = \frac{d^2}{4}\pi \,.\, l \,.\, s$. Hieraus folgt: $l = \sqrt{\frac{4000 \,.\, GW}{\pi \,.\, w \,.\, s}}$; und

$$d = \sqrt[4]{\frac{4000 \,.\, G \,.\, w}{\pi \,.\, s \,.\, W}}.$$

71. Da $w = 1$ ist, so resultirt: $l = \sqrt{\frac{4000 \,.\, 100}{3,14 \,.\, 8,8}} = 120,31$ Meter,

$d = \sqrt[4]{\frac{4000}{3,14 \,.\, 8,8 \,.\, 100}} = 1,09$ Millimeter.

72. Auf den spez. Leitungswiderstand des Kupfers = 1 bezogen, ist jener des Eisens $w = 6,46$; daher:

$l = \sqrt{\frac{4000 \,.\, 100}{3,14 \,.\, 6,46 \,.\, 7,81}} = 50,25$ Meter,

$d = \sqrt[4]{\frac{4000 \,.\, 6,46}{3,14 \,.\, 7,81 \,.\, 100}} = 1,8$ Millimeter.

73. Nach Aufgabe 26 *a)* ist das Verhältniss der Widerstände zweier Drähte von gleichen Längen l und von den Querschnitten q und $q_,$ ausgedrückt durch: $W : W_, = w q_, : w_, q$.

Das Volumen des einen Drahtes ist $= lq$ und des zweiten Drahtes $= lq_,$. Folglich ist: $lqs = g$ und $lq_, s_, = g_,$, und daraus: $q = \frac{g}{ls}$ und $q_, = \frac{g_,}{ls_,}$. Bei Substituirung dieser Werthe in die obige Proportion resultirt:

$$W : W_, = \frac{w g_,}{l s_,} : \frac{w_, g}{l s} = \frac{w g_,}{s_,} : \frac{w_, g}{s}. \quad W : W_, = w s g_, : w_, s_, g.$$

74. Für Kupfer ist $s = 8,8$ und $w = 0,0182$; für Eisen ist $s_, = 7,81$ und $w_, = 0,1176$. Daher:

$$W : W_, = 0,0182 \,.\, 8,8 \,.\, 55 : 0,1176 \,.\, 7,81 \,.\, 30; \; \frac{W}{W_,} = 3,2;$$

d. h. unter den gegebenen Bedingungen ist der Widerstand der Eisenleitung 3,2 mal grösser als jener der Kupferleitung.

75. $W : W_, = wg_, : w_, g$ in erster Linie. Da aber gleichen spez. Gewichten gleiche Materie entspricht, so ist auch $w = w_,$, und das Verhältniss der Widerstände ist dann gleich $W : W_, = g_, : g$, d. h. bei gleichen Längen und derselben Materie der Drähte verhalten sich die Widerstände wie umgekehrt die Gewichte.

76. $W : W_, = 153 : 55$ und $\frac{W}{W_,} = \frac{153}{55} = 2{,}782$.

77. $W : W_, = 153 : 124$ und $\frac{W}{W_,} = \frac{153}{124} = 1{,}234$.

78. Wenn in der Aufgabe 75 von den vier Verhältnissgrössen — weil $w = w_,$ ist, — drei bekannt sind, so lässt sich die vierte leicht ermitteln. Da hier nach dem Werthe der Grösse g gefragt wird, so folgt aus der genannten Proportion: $g = \frac{W_, g_,}{W}$.

79. $g = \frac{16{,}645 \;.\; 55}{6} = 152{,}579$.

80. $g = \frac{16{,}645 \;.\; 55}{7{,}4} = 123{,}66$.

81. $g = \frac{6 \;.\; 152{,}579}{9{,}363} = 97{,}77$.

82. Da hier nach dem Widerstande W gefragt wird, so folgt aus Aufgabe 75 oder 78: $W = \frac{W_, g_,}{g}$.

83. $W = \frac{16{,}645 \;.\; 55}{152{,}579} = 6$.

84. $W = \frac{9{,}363 \;.\; 97{,}77}{55} = 16{,}644$.

85. $W = \frac{6 \;.\; 152{,}579}{97{,}77} = 9{,}363$.

86. Der reduzirte Widerstand des einen Drahtes ist $W = \frac{4\,l\,w}{d^2 \pi}$, und des andern $W_, = \frac{4\,l_, w_,}{d_,^2 \pi}$; folglich:

$$W : W_, = \frac{4\,l\,w}{d^2\,\pi} : \frac{4\,l_, w_,}{d_,^2\,\pi} = \frac{l\,w}{d^2} : \frac{l_, w_,}{d_,^2}.$$

Das Volumen des einen Drahtes ist $l\,\frac{d^2 \pi}{4}$, und des zweiten $l_,\,\frac{d_,^2 \pi}{4}$. Da diese Volumen gleich sind, so ist: $\frac{l\,d^2 \pi}{4} = \frac{l_, d_,^2 \pi}{4}$ oder $l\,d^2 = l_, d_,^2$. Wird aus dieser Gleichung $d_,^2$ bestimmt, so folgt: $d_,^2 = \frac{l\,d^2}{l_,}$. Bei Substituirung dieses Werthes in das obige Widerstandsverhältniss resultirt: $W : W_, = \frac{l\,w}{d^2} : \frac{l_,^2 w_,}{l\,d^2} = l^2 w : l_,^2 w_,$ . . . . α.

Wird aber $l_,$ bestimmt, so ist: $l_, = \frac{l d^2}{d_,^2}$. Aus dem Widerstandsverhältniss resultirt, wenn dieser Werth substituirt wird:

$W : W_, = \frac{l w}{d^2} : \frac{w_,}{d_,^2} \cdot \frac{l d^2}{d_,^2} = d_,^4 w : d^4 w_, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \beta.$

87. Dann ist $w = w_,$; und es folgt aus α: $W : W_, = l^2 : l_,^2$; d. h. die Widerstände von Drähten gleicher Materie und gleichen Volumens stehen mit den Quadraten ihrer Längen im direkten Verhältniss. Aus β folgt: $W : W_, = d_,^4 : d^4$; d. h. die Widerstände von Drähten gleicher Materie und gleichen Volumens stehen mit den vierten Potenzen ihrer Durchmesser im umgekehrten Verhältniss.

88. Das Verhältniss der reduzirten Widerstände ist wie in der Aufgabe 86: $W : W_, = \frac{l w}{d^2} : \frac{l_, w_,}{d_,^2}$.

Das Volumen des einen Drahtes ist $\frac{l d^2 \pi}{4}$, und jenes des zweiten Drahtes $\frac{l_, d_,^2 \pi}{4}$. Wenn diese Volumen mit den spez. Gewichten multiplizirt werden, so erhält man die absoluten Gewichte. Da aber diese einander gleich sein sollen, so folgt: $\frac{l d^2 \pi s}{4} = \frac{l_, d_,^2 \pi s_,}{4}$; oder:

$l d^2 s = l_, d_,^2 s_,$. Hieraus erhält man: $d_,^2 = \frac{l d^2 s}{l_, s_,}$. Wird dieser Werth in das obige Widerstandsverhältniss substituirt, so resultirt:

$W : W_, = \frac{l w}{d^2} : \frac{l_,^2 w_, s_,}{l s d^2} = l^2 w s : l_,^2 w_, s_, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \alpha.$

Wird aber $l_,$ bestimmt, so folgt: $l_, = \frac{l s d^2}{s_, d_,^2}$. Bei Substituirung dieses Werthes in das Widerstandsverhältniss erhält man:

$W : W_, = \frac{l w}{d^2} : \frac{w_,}{d_,^2} \cdot \frac{l s d^2}{s_, d_,^2} = w s_, d_,^4 : w_, s d^4 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \beta.$

89. Hier ist $s = s_,$ und $w = w_,$; und gehen die Gleichungen α und β der vorigen Aufgabe über in:
$W : W_, = l^2 : l_,^2$; und $W : W_, = d_,^4 : d^4$ wie in der Aufgabe 87, was auch ganz natürlich ist, weil jetzt gleichen Gewichten gleiche Volumen, und umgekehrt, entsprechen.

90. Da auch beim weitern Ausziehen des Drahtes dessen Volumen dasselbe bleibt, so findet die Lösung der Aufgabe 87 hier Anwendung. Da die Durchmesser der Drähte bekannt sind, so ist:

$$W : W_, = d_,^4 : d^4; \text{ und hieraus: } W_, = \frac{W d^4}{d_,^4}.$$

91. $W_, = \frac{100 \ . \ 5^4}{3^4} = \frac{62500}{81} = 771{,}6.$

92. Auch hier bleibt das Volumen unverändert, und es ist der Aufgabe 87 zufolge, da die Längen bekannt sind:

$$W : W_, = l^2 : l_,^2; \text{ daraus: } W_, = \frac{W l_,^2}{l^2}.$$

93. $W_, = \frac{60 \,.\, 250^2}{100^2} = 375.$

94. Durch das Ausziehen des Metallstückes zu Draht ändert sich das Volumen nicht. Das Volumen des Metallstückes ist gleich: $L\,Q$. Um das Volumen des Drahtes im selben Mass des Metallstückes auszudrücken, muss der Durchmesser d mm. in Centimeter umgewandelt werden. Es sind d mm. $= \frac{d}{10}$ cm. Daher das Volumen des Drahtes gleich $\frac{l\,d^2\pi}{400}$. Es ist daher: $LQ = \frac{l\,d^2\pi}{400}$; und daraus:

a) $l = \frac{400\,L\,Q}{d^2\pi}$ als Länge des Drahtes in Metern.

b) Der reduzirte Widerstand des Drahtes ist gleich: $W = \frac{4\,l\,w}{d^2\pi}$. Wird für l der obige Werth substituirt, so resultirt:

$$W = \frac{4\,w}{d^2\pi} \cdot \frac{400\,L\,Q}{d^2\pi} = \frac{1600 \,.\, w \,.\, L \,.\, Q}{d^4\pi^2}.$$

95. *a)* $l = \frac{400 \,.\, 100 \,.\, 10}{9 \,.\, 3{,}14} = 14150{,}743$ Meter,

b) $W = \frac{1600 \,.\, 0{,}1176 \,.\, 100 \,.\, 10}{3^4 \,.\, (3{,}14)^2} = 235{,}6$ S. E.

96. *a)* $l = \frac{400 \,.\, 100 \,.\, 10}{9 \,.\, 3{,}14} = 14150{,}743$ Meter,

b) $W = \frac{1600 \,.\, 0{,}0182 \,.\, 100 \,.\, 10}{3^4 \,.\, (3{,}14)^2} = 36{,}462$ S. E.

97. Der Widerstand des Ursprungsdrahtes ist gleich $\frac{l\,w}{q}$, und jener des weiter gezogenen Drahtes aber $\frac{l_,\,w}{q_,}$. Da dieser Widerstand m mal so gross sein soll als der erste, so ist: $\frac{m\,l\,w}{q} = \frac{l_,\,w}{q_,}$; oder: $\frac{l\,m}{q} = \frac{l_,}{q_,}$. Da die Volumen dieser Dräthe gleich sind, so ist: $l\,q = l_,q_,$.

Bestimmt man hieraus $q_,$ und substituirt den Werth in die obere Gleichung, so ist zuerst $q_, = \frac{l\,q}{l_,}$; und dann: $\frac{m\,l}{q} = \frac{l_,^2}{l\,q}$.

Hieraus folgt: $l_,^2 = m\,l^2$, und $l_, = l\sqrt{m}$. Wird aber $l_,$ bestimmt, so folgt: $l_, = \frac{l\,q}{q_,}$. Aus der obern Gleichung resultirt bei Substituirung dieses Werthes: $\frac{m\,l}{q} = \frac{l\,q}{q_,^2}$; und daraus: $q_, = \frac{q}{\sqrt{m}}$.

98. $l_, = l\sqrt{2} = l \,.\, 1{,}41$; $q_, = \frac{q}{\sqrt{2}} = q \,.\, 0{,}71$.

99. $l_, = l\sqrt{4} = 2\,l$; $q_, = \frac{q}{\sqrt{4}} = \frac{q}{2} = q \,.\, 0{,}5$.

100. $l_{,} = l\sqrt{9} = 3\,l$; $q_{,} = \frac{q}{\sqrt{9}} = \frac{q}{3} = q\ .\ 0{,}3$.

101. Von der Oberfläche resp. vom Querschnitte der angewendeten Metallplatten insbesondere der Zinkplatten, vom Abstande derselben und vom spez. Leitungswiderstande der angewendeten Flüssigkeit.

102. Derselbe, wie in der Aufgabe 24 für metallische Schliessungsbogen erörtert wurde, wenn unter q die Oberfläche der Metallplatten, unter l deren gegenseitiger Abstand und unter w der spez. Leitungswiderstand der angewendeten Flüssigkeit verstanden wird; daher: $W = \frac{l\,w}{q}$.

103. Der Widerstand des ersten Elements ist gleich: $W = \frac{l\,w}{q}$, und des zweiten aber gleich: $W_{,} = \frac{l_{,}w_{,}}{q_{,}}$, folglich ist:

$$W : W_{,} = \frac{l\,w}{q} : \frac{l_{,}w_{,}}{q}.$$

104. Weil bei gleichartigen Elementen gleiche Flüssigkeiten angewendet werden, so ist auch $w = w_{,}$. Daher: $W : W_{,} = m\,l_{,} : l_{,} = m : 1$; oder $W = m\,W_{,}$, d. h. der Widerstand eines Elements, dessen Abstand der Metallplatten m mal grösser ist als der eines andern gleichartigen Elements, ist m mal grösser als der Widerstand dieses Elements.

105. $W : W_{,} = l : m\,l = 1 : m$ oder: $W = \frac{W_{,}}{m}$; d. h. der Widerstand eines Elements, dessen Abstand der Metallplatten m mal kleiner ist, als der eines andern gleichartigen Elements, ist m mal kleiner als der Widerstand dieses Elements.

106. $W : W_{,} = \frac{1}{m\,q_{,}} : \frac{1}{q_{,}} = 1 : m$; oder: $W = \frac{W_{,}}{m}$; d. h. der Widerstand eines Elements, dessen Oberfläche bei gleichbleibendem Abstand der Metallplatten m mal grösser ist, als die eines andern Elements, ist m mal kleiner als der Widerstand dieses Elements.

107. Für $m = 2$ ist $W = \frac{W_{,}}{2}$; für $m = 3$ ist $W = \frac{W_{,}}{3}$ und für $m = 4$ ist $W = \frac{W_{,}}{4}$.

108. $W : W_{,} = \frac{1}{q} : \frac{1}{m\,q} = m : 1$; oder $W = m\,W_{,}$; d. h. der Widerstand eines Elements, dessen Oberfläche bei gleichbleibendem Abstand der Metallplatten m mal kleiner ist, als die eines andern Elements, ist m mal grösser als der Widerstand dieses Elements.

109. Für $m = 2$ ist $W = 2\ W_{,}$; für $m = 3$ ist $W = 3\ W_{,}$ und für $m = 4$ ist $W = 4\ W_{,}$.

110. Weil die Widerstände gleich sein sollen, so ist: $\frac{l\,w}{q} = \frac{l_{,}w}{m\,q}$; und daraus $l_{,} = m\,l$. Es muss daher der Abstand der Metallplatten m mal grösser sein.

111. $W = W_, + W_, = \frac{l_, w_,}{q_,} + \frac{l_, w_,}{q_,} = 2\,W_, = \frac{2\,l_, w_,}{q_,}$.

112. Die Leitungsfähigkeit eines jeden Elements ist $\frac{1}{W_,} = \frac{q_,}{l_, w_,}$; folglich ist die Leitungsfähigkeit der beiden parallel geschalteten Elemente gleich: $\frac{1}{W} = \frac{1}{W_,} + \frac{1}{W_,} = \frac{q_,}{l_, w_,} + \frac{q_,}{l_, w_,} = \frac{2}{W_,} = \frac{2\,q_,}{l_, w_,}$. Nachdem der reziproke Werth der Leitungsfähigkeit den Leitungswiderstand gibt, so ist: $W = \frac{W_,}{2} = \frac{l_, w_,}{2\,q_,}$; d. h. der Widerstand zweier parallel geschalteten gleichen Elemente ist gleich dem halben Widerstande eines Elements.

113. $W = W_, + W_, + W_, + W_, = 4\,W_,$.

114. $\frac{1}{W} = \frac{1}{W_,} + \frac{1}{W_,} + \frac{1}{W_,} + \frac{1}{W_,} = \frac{4}{W_,}$; daher $W = \frac{W_,}{4}$; d. h. der Widerstand von 4 parallel geschalteten gleichen Elementen ist gleich dem vierten Theil des Widerstandes eines Elements.

115. $W = W_, + W_, + W_, + \ldots\ldots + W_, + W_, = m\,W_,$.

116. $\frac{1}{W} = \frac{1}{W_,} + \frac{1}{W_,} + \frac{1}{W_,} + \ldots\ldots + \frac{1}{W_,} + \frac{1}{W_,} = \frac{m}{W_,}$, daher $W = \frac{W_,}{m}$; d. h. der Widerstand von m parallel geschalteten Elementen ist gleich dem m ten Theil des Widerstandes eines Elements. Aus der Vergleichung dieser Aufgabe mit jener 106, und der Aufgaben 112 und 114 mit jener 107 findet man, dass m parallel geschaltete Elemente als ein einziges von m facher Oberfläche, dass 2 und 4 parallel geschaltete Elemente als ein Element von 2facher resp. 4facher Oberfläche angesehen werden können.

117. Der Widerstand von m Elementen ist mw, und jener von n Elementen nw. Dann ist: $\frac{1}{W} = \frac{1}{mw} + \frac{1}{nw} = \frac{nw + mw}{mnw^2}$;

$$\text{folglich } W = \frac{mnw^2}{nw + mw} = \frac{mnw}{m + n}.$$

118. $W = mw + nw = w\,(m + n)$.

119. ad 117: $W = \frac{mw}{2}$; ad 118: $W = 2mw$.

120. $W = mw + nw + pw + qw = w\,(m + n + p + q)$.

121. $\frac{1}{W} = \frac{1}{mw} + \frac{1}{nw} + \frac{1}{pw} + \frac{1}{qw}$,

$$\frac{1}{W} = \frac{npq + mpq + mnq + mnp}{mnpqw},$$

$$W = \frac{mnpqw}{npq + mpq + mnq + mnp}.$$

122. ad 120: $W = 4mw$; ad 121: $W = \frac{mw}{4}$.

123. Der Widerstand einer jeden Gruppe ist gleich mw; folglich ist: $W = mw + mw + mw + \ldots\ldots + mw + mw$. Da mw als Addend n mal erscheint, weil n Gruppen vorhanden sind, so ist: $W = nmw$.

124. $\frac{1}{W} = \frac{1}{mw} + \frac{1}{mw} + \frac{1}{mw} + \ldots\ldots + \frac{1}{mw} + \frac{1}{mw}$. Weil n Gruppen vorhanden sind, so erscheint $\frac{1}{mw}$ als Addend n mal; daher ist: $\frac{1}{W} = \frac{n}{mw}$; folglich: $W = \frac{mw}{n}$.

125. Wenn m Elemente in n Reihen parallel geschaltet werden sollen, so enthält jede Reihe $\frac{m}{n}$ hinter einander geschaltete Elemente. Da der Widerstand eines Elements $= w$ ist, so ist jener einer Reihe $= \frac{mw}{n}$. Die Leitungsfähigkeit einer Reihe ist daher $= \frac{n}{mw}$. Folglich ist die Leitungsfähigkeit aller parallel geschalteten Reihen:

$$\frac{1}{W} = \frac{n}{mw} + \frac{n}{mw} + \frac{n}{mw} + \ldots\ldots + \frac{n}{mw} + \frac{n}{mw}.$$

Da $\frac{n}{mw}$ als Addend n mal erscheint, so ist:

$$\frac{1}{W} = \frac{n^2}{mw}; \text{ daher: } W = \frac{mw}{n^2}.$$

II.

DIE GESETZE VON OHM UND KIRCHHOFF UND DEREN ANWENDUNG.

126. $S = \frac{E}{W}$. Die Stromstärke ist der elektromotorischen Kraft direkt und dem Widerstande umgekehrt proportional.

127. Der Widerstand W besteht aus dem Widerstande des Stromerregers und aus jenem des Schliessungsbogens. Den ersten Widerstand nennt man den wesentlichen, den zweiten den ausserwesentlichen.

128. Die eine Stromstärke ist gleich $S = \frac{E}{W}$ und die zweite $S_, = \frac{E}{W_,}$. Folglich ist: $S : S_, = \frac{E}{W} : \frac{E}{W_,} = W_, : W$. Die Stromstärken stehen daher mit den Widerständen im umgekehrten Verhältniss.

129. $S = \frac{E}{r + l}$.

130. Die elektromotorische Kraft von n Elementen ist gleich nE, und der Widerstand von n Elementen ist gleich nr; daher ist:

$$S = \frac{nE}{nr + l}.$$

131. Wenn r, also der Widerstand des Elements, vernachlässigt, d. h. gleich Null angenommen wird, so ist ad 129: $s = \frac{E}{l}$, und ad 130: $S = \frac{nE}{l}$. Bei zu vernachlässigendem Widerstande des Elements steht die Stromstärke im direkten Verhältniss zu der Zahl der Elemente. Wird aber der Widerstand des Schliessungsbogens vernachlässigt, resp. gleich Null angenommen, so ist ad 129: $s = \frac{E}{r}$, und ad 130: $S = \frac{nE}{nr} = \frac{E}{r}$. In diesem Falle nützt also eine Vermehrung der Elemente gar nichts, weil stets nur diejenige Stromstärke erlangt wird, welche ein einziges Element liefert. In diesem Falle sagt man, das Element oder die Batterie befindet sich im „kurzen Schlusse".

132. Die eine Batterie liefert die Stromstärke $\frac{ME}{MR + mr + L}$, die zweite dagegen $\frac{me}{MR + mr + L}$, weil der Gesammtwiderstand des Schliessungskreises in diesem Falle gleich: $MR + mr + L$ ist. Da diese Stromstärken einander entgegen wirken, so ist:

a) $S = \frac{ME - me}{MR + mr + L}$;

b) $S = \frac{ME - mE}{MR + mr + L} = \frac{E(M - m)}{MR + mr + L}$;

c) $S = \frac{ME - mE}{MR + mR + L} = \frac{E(M - m)}{R(M + m) + L}$;

d) $S = \frac{ME - ME}{MR + MR + L} = 0$.

133. Die Stromstärke des einen Elements ist gleich $\frac{E}{r + l}$, und jene von n Elementen beim Schliessungsbogen vom Widerstande x ist aber gleich $\frac{nE}{nr + x}$. Da diese Ströme gleich sein sollen, so ist: $\frac{E}{r + l} = \frac{nE}{nr + x}$, und daraus: $x = nl$.

134. $\frac{E}{r + g + l} = \frac{nE}{nr + g + x}$; $x = nl + g(n - 1)$.

135. $s = \frac{E}{r + l}$; wenn der Abstand der Metallplatten m mal grösser ist, so ist der Aufgabe 104 zufolge der Widerstand des Elements m mal grösser, daher mr.

Demzufolge ist die Stromstärke: $S = \frac{E}{mr + l}$.

136. Der Aufgabe 105 zufolge ist der Widerstand des Elements m mal kleiner, daher $= \frac{r}{m}$; folglich ist die Stromstärke:

$$S = \frac{E}{\frac{r}{m} + l} = \frac{mE}{r + ml}.$$

137. Der Aufgabe 106 zufolge ist der Widerstand des Elements von m grösserer Oberfläche gleich $\frac{r}{m}$. Daher:

$$S = \frac{E}{\frac{r}{m} + l} = \frac{mE}{r + ml}.$$

Aus der Vergleichung dieser und der vorigen Aufgabe ergibt sich, dass gleiche Stromwirkungen erzielt werden, wenn entweder bei gleichbleibender Oberfläche der Abstand der Metallplatten m mal kleiner, oder bei gleichbleibendem Abstand der Metallplatten die Oberfläche derselben m mal grösser gemacht wird.

138. Der Aufgabe 108 zufolge ist der Widerstand des Elements gleich mr, daher $S = \frac{E}{mr + l}$.

139. $s = \frac{E}{r + l}$. Wenn die Oberfläche des Elements vom Widerstande x m mal grösser gemacht wird, so ist der Widerstand gleich $\frac{x}{m}$, die Stromstärke aber gleich $\frac{E}{\frac{x}{m} + l}$. Da diese Stromstärke der ersten gleich sein soll, so ist: $\frac{E}{r + l} = \frac{E}{\frac{x}{m} + l}$; und daraus: $x = mr$.

140. Wenn die Oberfläche des Elements m kleiner ist, so ist der Widerstand m mal grösser, daher gleich mx. Es muss daher sein:

$$\frac{E}{r + l} = \frac{E}{mx + l}; \text{ und daraus: } x = \frac{r}{m}.$$

141. Die Stromstärke eines Elements ist gleich: $\frac{E}{r + l}$, jene von n Elementen beim Schliessungsbogen x ist gleich: $\frac{nE}{nr + x}$. Da dieser Strom das m fache des ersten Stromes sein soll, so ist:

$$\frac{mE}{r + l} = \frac{nE}{nr + x}; \text{ und daraus: } x = \frac{n(r + l) - mnr}{m}.$$

142. $\frac{mE}{r + g + l} = \frac{nE}{nr + g + x}$; daraus:

$$x = \frac{nl - nr(m - 1) - g(m - n)}{m}.$$

143. ad 141: $x = \frac{10(2 + 50) - 4 \,.\, 10 \,.\, 2}{4} = 110.$

ad 142: $x = \frac{10 \,.\, 50 - 10 \,.\, 2(4 - 1) - 15(4 - 10)}{4} = 132{,}5.$

144. Die Stromstärke, welche die Batterie von n Elementen liefert, ist gleich $\frac{nE}{nr + l}$. Wenn zu dieser Batterie noch x Elemente zugeschaltet werden, so ist die Stromstärke gleich $\frac{(n + x)E}{(n + x)r + l}$. Da diese Stromstärke A mal grösser sein soll als die erste, so ist:

$$\frac{AnE}{nr + l} = \frac{(n + x)E}{(n + x)r + l} \quad \ldots\ldots \quad \alpha.$$

Hieraus folgt für x folgender Werth: $x = \frac{n(nr + l)(A - 1)}{l - nr(A - 1)}$, als die Zahl derjenigen Elemente, welche zu den schon vorhandenen n Elementen zugeschaltet werden müssen, um eine A mal grössere Stromstärke zu erlangen.

145. Damit die in voriger Aufgabe beabsichtigte Vervielfachung des Stromes aber möglich sei, muss x einen positiven Werth haben. Da dieser nicht vom Zähler, welcher ohnedies stets positiv ist, sondern vom Nenner abhängt, so muss unter allen Verhältnissen $l > nr(A - 1)$ sein. Wäre l kleiner, so wäre der Nenner und daher auch x negativ.

Ist aber $l = nr(A - 1)$, so ist der Nenner gleich Null und $x = \infty$. Werden diese Werthe von l und x in die Gleichung α gesetzt, so folgt:

$$\frac{AnE}{nr + nr(A - 1)} = \frac{\left(\frac{n}{\infty} + 1\right)E}{\left(\frac{n}{\infty} + 1\right)r + \frac{l}{\infty}} = \frac{E}{r},$$ d. h. es müsste eine unendliche Zahl von Elementen angewendet werden, um die grösstmögliche Stromstärke, jene eines im kurzen Schlusse befindlichen Elements zu erreichen, ohne der beabsichtigten Afachen Verstärkung zu entsprechen. Auch muss $l > nr$ sein, d. h. der Widerstand des gewählten Schliessungsbogens muss grösser sein, als der Widerstand nr der ursprünglichen Batterie. Denn ist $l = nr$, so geht der Nenner des Werthes von x über in: $nr(1 - (A - 1) = nr(2 - A)$. Bei der kleinsten Vervielfachung des Stromes, also für $A = 2$, wird der Nenner wie früher gleich Null und daher $x = \infty$. Bei dieser Elementenzahl nähert man sich dem Werthe $\frac{E}{r}$ als der doppelten Stromstärke, ohne ihn jedoch zu erreichen. Eine mehr als zweifache Verstärkung lässt sich bei dieser Annahme nicht mehr erlangen.

146. Der reduzirte Widerstand der einen Leitung, welcher die Stromstärke S zukommt, ist gleich $\frac{4lw}{d^2\pi}$, und jener der zweiten Leitung, welcher die Stromstärke $S_,$ zukommt, ist gleich $\frac{4lw_,}{d_,^2\pi}$. Da nach Aufgabe 128 die Stromstärken im umgekehrten Verhältniss zu den überwindenden Widerständen stehen, so ist:

$$S : S_, = \frac{4lw_,}{d_,^2\pi} : \frac{4lw}{d^2\pi} = \frac{w_,}{d_,^2} : \frac{w}{d^2} = w_,d^2 : wd_,^2.$$

147. Dann ist $w = w_{,}$, und daher: $S : S_{,} = d^2 : d_{,}^2$, d. h. bei gleich langen Leitungen derselben Materie stehen die Stromstärken mit den Quadraten der Durchmesser der von ihnen durchflossenen Leitungen im direkten Verhältniss.

148. $S : S_{,} = 25 : 9$ oder $\frac{S}{S_{,}} = \frac{25}{9} = 2{,}6$, d. h. der durch die 5 mm. starke Leitung gesandte Strom ist um 2,6 mal grösser als jener durch die 3 mm. starke Leitung gesandte.

149. Der reduzirte Widerstand der Leitung, welcher die Stromstärke S zukommt, ist gleich $\frac{4lw}{d^2\pi}$, und jener der zweiten Leitung, welcher die Stromstärke $S_{,}$ entspricht, ist gleich $\frac{4l_{,}w}{d^2\pi}$. Nachdem die Stromstärken mit den Widerständen im umgekehrten Verhältniss stehen, so ist: $S : S_{,} = \frac{4l_{,}w}{d^2\pi} : \frac{4lw}{d^2\pi} = l_{,} : l$. Die Stromstärken stehen also mit den Leitungslängen im umgekehrten Verhältnisse.

150. Der reduzirte Widerstand des d mm. starken Eisendrahtes ist gleich $\frac{4lw}{d^2\pi}$, und jener des $d_{,}$ mm. starken Eisendrahtes ist gleich $\frac{4lw}{d_{,}^2\pi}$, weil auch beim Austausch des Drahtes die Länge l dieselbe geblieben ist. Die erste Stromstärke ist daher gleich:
$\frac{mE}{\frac{4lw}{d^2\pi}} = \frac{mEd^2\pi}{4lw}$. Die zweite ist dagegen gleich: $\frac{xE}{\frac{4lw}{d_{,}^2\pi}} = \frac{xEd_{,}^2\pi}{4lw}$.

Nachdem diese Ströme einander gleich sein sollen, so ist:
$\frac{mEd^2\pi}{4lw} = \frac{xEd_{,}^2\pi}{4lw}$, oder: $md^2 = xd_{,}^2$ und daraus: $x = \frac{md^2}{d_{,}^2}$.

151. $x = \frac{50 \,.\, 9}{25} = 18$; d. h. wenn für eine 3 mm. starke Eisenleitung 50 Elemente ausreichend waren, so werden nach Austausch derselben durch eine 5 mm. starke Eisenleitung 18 Elemente ausreichen.

152. Der Widerstand des Stromkreises, welchem die Stromstärke S zukommt, ist $2r\pi$, und jener des Stromkreises, welchem die Stromstärke $S_{,}$ entspricht, ist $2R\pi$. Folglich ist, nachdem die Ströme mit den Widerständen im umgekehrten Verhältniss stehen:
$S : S_{,} = 2R\pi : 2r\pi = R : r$. Die Stromstärken stehen mit den Halbmessern der Schliessungsbögen im umgekehrten Verhältniss.

153. Der Aufgabe 86 zufolge verhalten sich die Widerstände nach Gleichung α: $W : W_{,} = l^2w : l_{,}^2w_{,}$; und nach Gleichung β: $W : W_{,} = d_{,}^4w : d^4w_{,}$. Da die Stromstärken mit den zugehörigen Widerständen im umgekehrten Verhältniss stehen und dem Widerstande W die Stromstärke S und jenem $W_{,}$ die Stromstärke $S_{,}$ entspricht, so ist dem ersten der obigen Verhältnisse gemäss:

$S_{,} : S = W : W_{,} = l^2w : l_{,}^2w_{,}$ . . . . α,

dem zweiten obigen Verhältniss zufolge ist:

$S_{,} : S = W : W_{,} = d_{,}^4w : d^4w_{,}$. . . . . β.

154. Dann ist $w = w_{,}$, und das Verhältniss α der vorigen Aufgabe geht über in: $S_{,} : S = l^2 : l_{,}^2$; d. h. bei Drähten gleichen Volumens und gleicher Materie stehen die Stromstärken im umgekehrten Verhältniss mit den Quadraten der bezüglichen Leitungslängen. Nach Gleichung β ist: $S_{,} : S = d_{,}^4 : d^4$; d. h. bei Drähten gleichen Volumens und gleicher Materie stehen die Stromstärken im direkten Verhältniss mit den vierten Potenzen der Durchmesser der bezüglichen Leitungsdrähte.

155. Nach Aufgabe 88 Gleichung α ist: $W : W_{,} = l^2 w s : l_{,}^2 w_{,} s_{,}$ und nach Gleichung β ist: $W : W_{,} = w s_{,} d_{,}^4 : w_{,} s d^4$. Wenn nun dem Widerstande W die Stromstärke S und jenem $W_{,}$ die Stromstärke $S_{,}$ zukommt, so ist nach der ersten Gleichung: $S_{,} : S = W : W_{,} = l^2 w s : l_{,}^2 w_{,} s_{,}$ und nach der zweiten Gleichung: $S_{,} : S = W : W_{,} = w s_{,} d_{,}^4 : w_{,} s d^4$.

156. Dann ist $s = s_{,}$ und $w = w_{,}$, daher: $S_{,} : S = W : W_{,} = l^2 : l_{,}^2$, oder $S_{,} : S = W : W_{,} = d_{,}^4 : d^4$ wie in Aufgabe 154.

157. Nach Aufgabe 116 sind parallel geschaltete Elemente als ein einziges Element zu betrachten, dessen Oberfläche um so viel mal grösser ist, als Elemente zur Parallelschaltung gelangt sind. Wenn die elektromotorische Kraft eines einzelnen Elements $= E$ ist, so ist sie auch bei parallel geschalteten Elementen $= E$, weil sie nicht von der Grösse, sondern nur von der Natur der angewendeten Platten abhängt. Nach Aufgabe 112 ist der Widerstand zweier parallel geschalteten Elemente gleich dem halben Widerstande eines Elements; daher für diesen Fall $= \frac{r}{2}$. Die Stromstärke ist daher gleich $S = \frac{E}{\frac{r}{2} + l} = \frac{2E}{r + 2l}$.

158. In ähnlicher Weise findet man: $S = \frac{E}{\frac{r}{3} + l} = \frac{3E}{r + 3l}$.

159. Da der Widerstand der parallel geschalteten Elemente in diesem Falle gleich $\frac{r}{n}$ ist, so ist die Stromstärke gleich:

$$S = \frac{E}{\frac{r}{n} + l} = \frac{nE}{r + nl}.$$

160. Die elektromotorische Kraft einer jeden Gruppe ist $= mE$ und der Widerstand $= mr$. Da diese beiden Gruppen parallel geschaltet werden, so ist der Widerstand $= \frac{mr}{2}$, während die elektromotorische Kraft $= mE$ ist. Die Stromstärke ist daher:

$$S = \frac{mE}{\frac{mr}{2} + l} = \frac{2mE}{mr + 2l}.$$

161. In ähnlicher Weise findet man:

$$S = \frac{mE}{\frac{mr}{3} + l} = \frac{3mE}{mr + 3l}.$$

162. Der Widerstand der n parallel geschalteten Gruppen von je m Elementen ist gleich $\frac{mr}{n}$, daher die Stromstärke gleich:

$$S = \frac{mE}{\frac{mr}{n} + l} = \frac{nmE}{mr + nl}.$$

163. Angenommen, dass aus den m Elementen n parallel geschaltete Gruppen gebildet werden, so sind dann in jeder Gruppe $\frac{m}{n}$ Elemente hinter einander geschaltet. Die elektromotorische Kraft des ganzen Systems ist gleich der elektromotorischen Kraft einer Gruppe, daher $\frac{mE}{n}$. Der Widerstand einer Gruppe ist gleich $\frac{mr}{n}$, und daher der Widerstand aller parallel geschalteten Gruppen nach Aufgabe 125 gleich $\frac{mr}{n^2}$. Die Stromstärke ist daher gleich:

$$S = \frac{\frac{mE}{n}}{\frac{mr}{n^2} + l} = \frac{mnE}{mr + n^2 l}.$$

Damit aber diese Stromstärke ein Maximum sei, muss der Nenner ein Minimum sein und diess findet statt, wie die Differentialrechnung ergibt, wenn ist: $mr = n^2 l$, oder $l = \frac{mr}{n^2}$; d. h. wenn die Elemente so gruppirt werden, dass der Widerstand in der Batterie dem Widerstande ausser der Batterie gleich ist, wird die grösste Stromstärke erlangt. Aus der obigen Gleichung folgt für die Zahl der parallelen Gruppen: $n = \sqrt{\frac{mr}{l}}$.

164. Aus $n = \sqrt{\frac{mr}{l}}$ folgt, wenn $mr = l$ gesetzt wird: $n = 1$; d. h. wenn der Widerstand des Schliessungsbogens gleich ist dem Widerstande sämmtlicher Elemente, so sind diese in eine Gruppe hinter einander zu schalten, damit die grösste Stromstärke erzielt werde.

165. Aus $n = \sqrt{\frac{mr}{l}}$ folgt, wenn $r = ml$ substituirt wird: $n = \sqrt{\frac{m \cdot ml}{l}} = m$, d. h. es sind in diesem Falle alle Elemente neben einander oder parallel zu verbinden.

166. Für $m = 24$, $r = 12$, $l = 288$ ist $n = \sqrt{\frac{12 \cdot 24}{288}} = 1$. Es werden alle Elemente in einer Reihe hinter einander verbunden.

167. Hier ist $l = 72$, daher $n = \sqrt{\frac{12 \cdot 24}{72}} = 2$. Es müssen daher diese Elemente in zwei parallele Reihen zu 12 hinter einander verbundenen Elemente geschaltet werden.

168. In diesem Falle ist $l = 32$, daher $n = \sqrt{\frac{12 \cdot 24}{32}} = 3$. Drei parallele Reihen zu 8 hinter einander verbundenen Elementen liefern in diesem Falle die grösste Stromstärke.

169. Für $l = 18$ ist $n = \sqrt{\frac{12 \cdot 24}{18}} = 4$. Die Elemente müssen also in 4 Reihen zu 6 Elementen geschaltet werden.

170. Für $l = 8$ ist $n = \sqrt{\frac{12 \cdot 24}{8}} = 6$ Reihen zu 4 Elementen.

171. Für $l = 2$ ist $n = \sqrt{\frac{12 \cdot 24}{2}} = 12$ Reihen zu 2 Elementen.

172. Für $l = \frac{1}{2}$ ist $n = \sqrt{\frac{12 \cdot 24}{\frac{1}{2}}} = 24$ Reihen zu 1 Element, d. h. alle Elemente werden in diesem Falle parallel geschaltet.

173. Hier ist $m = 7$, $r = 7$ und $l = 12$, daher $n = \sqrt{\frac{7 \cdot 7}{12}} = 2$ nahezu. Es müssen daher in diesem Falle zwei Reihen gebildet werden und hat die eine Reihe drei und die andere vier Elemente zu enthalten.

174. Für $m = 64$, $r = 9$ und $l = 36$ ist $n = \sqrt{\frac{64 \cdot 9}{36}} = 4$ Reihen zu 16 Elementen.

175. Wenn m Elemente hinter einander verbunden werden, so ist die Stromstärke gleich $\frac{mE}{mr + l}$; wenn sie aber in n parallele Gruppen geschaltet werden, so ist die Stromstärke nach Aufgabe 163 gleich $\frac{mnE}{mr + n^2 l}$. Da diese Stromstärken gleich sein sollen, so ist: $\frac{mE}{mr + l} = \frac{mnE}{mr + n^2 l}$. Werden die Nenner weggeschafft und die nöthigen Abkürzungen vorgenommen, so folgt: $mr + n^2 l = mnr + nl$; oder $n^2 l - n(mr + l) = -mr$. Durch l dividirt, folgt: $n^2 - n\left(\frac{mr + l}{l}\right) = -\frac{mr}{l}$.

Wird aus dieser unreinen quadratischen Gleichung n bestimmt, so erhält man: $n = \frac{mr + l}{2l} \pm \frac{mr - l}{2l}$.

Das untere von den Doppelzeichen liefert den Werth $n = 1$ und kann daher nicht in Betracht kommen, weil hiebei keine Parallelschaltung stattfindet. Bei der Annahme des obern Zeichens hingegen resultirt: $n = \frac{mr}{l}$, als die Zahl parallel zu schaltender Gruppen. Da $nl = mr$ ist, so erhält man nach erfolgter Substitution für die Stromstärke S in beiden Fällen: $S = \frac{mE}{l(n + 1)}$.

176. Für n resultirt: $n = \frac{40 \,.\, 5}{50} = 4$ Reihen zu 10 Elementen.
Für die Stromstärke erhält man: $S = \frac{40\,E}{50\,(4 + 1)} = \frac{40\,E}{250} = 0{,}16\ E.$

177. Für die hinter einander geschalteten m Elemente ist die Stromstärke gleich $\frac{mE}{mr + l}$. Die Stromstärke, welche x Elemente in n Gruppen parallel geschaltet geben, ist nach Aufgabe 163 gleich $\frac{xnE}{xr + n^2 l}$. Folglich ist, da diese Stromstärken gleich sein sollen: $\frac{mE}{mr + l} = \frac{xnE}{xr + n^2 l}$; und daraus folgt: $x = \frac{mn^2 l}{n(mr + l) - mr}$.

178. Für $n = 2$ ist $x = \frac{40 \,.\, 2^2 \,.\, 400}{2\,(40 \,.\, 5 + 400) - 5 \,.\, 40} = 64.$
Für $n = 3$ ist $x = \frac{40 \,.\, 3^2 \,.\, 400}{3\,(40 \,.\, 5 + 400) - 5 \,.\, 40} = 90.$

179. Denkt man sich vorläufig aus der Kupfer- und Zinkplatte x Elemente herausgeschnitten, so ist die Oberfläche eines solchen Elements x mal kleiner als die gegebene Oberfläche. Nachdem das aus der gegebenen Oberfläche erzeugte eine Element den Widerstand r besitzt, so ist der Widerstand eines von den herausgeschnittenen x Elementen $= xr$, weil einer x mal kleineren Oberfläche ein x mal grösserer Widerstand entspricht. Da nun x solcher Elemente vorhanden sind, so ist der Widerstand derselben $= x \,.\, xr = x^2 r$. Wenn nun E die elektromotorische Kraft bedeutet, so ist sie bei x Elementen gleich xE. Es ist daher die Stromstärke S gleich: $S = \frac{xE}{x^2 r + l}$. Die Differentialrechnung ergibt, dass ein Maximum der Stromstärke eintritt, wenn ist: $x^2 r = l$, d. h. wenn der Widerstand in der Batterie dem Widerstande ausser derselben gleich ist. Aus dieser Gleichung folgt: $x = \sqrt{\frac{l}{r}}$ als die Zahl der Elemente, welche aus der gegebenen Oberfläche herauszuschneiden seien, damit bei dem gegebenen Widerstande l des Schliessungsbogen die grösste Stromstärke erzielt werde.

180. $x = \sqrt{\frac{50}{2}} = 5.$

181. In einem System von Drähten, die auf eine ganz beliebige Weise mit einander verbunden sind und von galvanischen Strömen durchflossen werden, ist:

1. die algebraische Summe der in einem Punkte zusammenstossenden Ströme gleich Null, oder die Summe der einem Punkte zufliessenden Ströme muss gleich sein der Summe der von diesem Punkte abfliessenden Ströme;
2. die algebraische Summe der Produkte der in jeder Seite einer geschlossenen Figur wirkenden Stromstärke in den Widerstand dieser Seite ist gleich der algebraischen Summe der in diesen Seiten wirkenden elektromotorischen Kräfte.

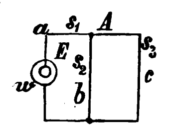


Fig. 3.

182. Bezeichnet s_1 die Stromstärke im unverzweigten Leiter a, s_2 jene im Zweigleiter b und s_3 jene im Zweigleiter c. Wenn man die Strömung der Elektrizität vom + Pole der Batterie gegen den Punkt A annimmt, so findet man, dass diesem Punkte der Strom s_1 zufliesst und dass dagegen von diesem Punkte die beiden Zweigströme s_2 und s_3 abfliessen. Es ist daher nach der ersten Kirchhoff'schen Formel: $s_1 = s_2 + s_3$ .... 1. Um die andern zwei noch nöthigen Bedingungsgleichungen aufzustellen, wird die zweite Kirchhoff'sche Formel in Anwendung gebracht. Bei der Betrachtung der obigen Zeichnung sieht man sofort, dass hier drei nur zweiseitige geschlossene Figuren vorkommen, deren Seiten $a + w$ und b, $a + w$ und c, oder b und c sind. Es ist daher:

$$(a + w)s_1 + s_2 b = E \quad \text{.............................} \quad 2,$$
$$(a + w)s_1 + s_3 c = E \quad \text{.............................} \quad 3,$$
$$s_2 b - s_3 c = 0.$$

Zur näheren Erläuterung über die Aufstellung dieser drei Gleichungen diene Folgendes: Da die Zweigströme s_2 und s_3 mit dem unverzweigten Strome s_1 gleichgerichtet sind, so sind auch die Produkte mit positiven Zeichen behaftet. Ferner ist in beiden Figuren nur eine elektromotorische Kraft E u. zw. in der Seite $(a + w)$ wirkend. In der dritten Figur ist gar keine elektromotorische Kraft thätig und da die in den beiden Seiten b und c wirkenden Ströme — die Figur ganz allein für sich betrachtet — einander entgegengesetzt gerichtet sind, so erscheint eines von den Produkten, welches immer, mit negativen Vorzeichen.

Weiters ist eine von diesen drei Gleichungen überflüssig und daher auch unnöthig, weil aus der Combination je zweier die dritte als Resultat hervorgeht. Da zur Lösung der vorliegenden Aufgabe nur noch zwei Bedingungsgleichungen nothwendig sind, so wählen wir hiezu die obern Gleichuugen 2 und 3. Aus denselben folgt:

$$s_2 = \frac{E - (a + w)s_1}{b}; \text{ und } s_3 = \frac{E - (a + w)s_1}{c}.$$

Bei Substituirung dieser Werthe in die Gleichung 1 folgt:

$$s_1 = \frac{E - (a + w)s_1}{b} + \frac{E - (a + w)s_1}{c}; \text{ und daraus:}$$

$$s_1 = E\frac{b + c}{(a + w)(b + c) + bc} \quad \text{..............................} \quad \text{I,}$$

Aus den obern zwei Gleichungen für s_2 und s_3 folgt:

$$s_2 = \frac{E - E\dfrac{b + c}{(a + w)(b + c) + bc}(a + w)}{b} = E\frac{c}{(a + w)(b + c) + bc} \quad \text{II,}$$

$$s_3 = \frac{E - E\dfrac{b + c}{(a + w)(b + c) + bc}(a + w)}{c} = E\frac{b}{(a + w)(b + c) + bc} \quad \text{III.}$$

Durch die Gleichungen I, II und III sind daher die Werthe für die in den einzelnen Leitern a, b und c zirkulirenden Ströme s_1, s_2 und s_3 bestimmt.

183. Aus den Gleichungen II und III der vorigen Aufgabe folgt:

$$s_2 : s_3 = E \frac{c}{(a+w)(b+c)+bc} : E \frac{b}{(a+w)(b+c)+bc} = c : b.$$

Die Zweigströme stehen mit den ihnen entsprechenden Widerständen im umgekehrten Verhältniss. Für $s_2 = s_3$ folgt aus dieser Proportion: $c = b$, d. h. gleichen Zweigströmen entsprechen auch gleiche Zweigwiderstände und umgekehrt. Für $s_2 = s_3$ folgt aus der Bedingungsgleichung 1 der vorigen Aufgabe: $s_2 = s_3 = \frac{s_1}{2}$. In diesem Falle ist jeder Zweigstrom gleich dem halben unverzweigten Strome.

184. Für $a = 0$ und $w = 0$ folgt aus den Gleichungen I, II und III der Aufgabe 182:

$$s_1 = E \frac{b+c}{bc};\ s_2 = E \frac{c}{bc} = E \frac{1}{b};\ s_3 = E \frac{b}{bc} = E \frac{1}{c}.$$

185. Aus der Aufgabe 182 folgt, wenn einmal $w = 0$ und $b = 0$ gesetzt wird:

$$s_1 = E \frac{c}{ac} = \frac{E}{a};\ s_2 = E \frac{c}{ac} = \frac{E}{a} = s_1;\ s_3 = 0.$$

Wenn der Widerstand des Zweigleiters $b = 0$ ist, so gelangt kein Strom in den Zweigleiter c, und die Ströme s_1 und s_2 sind einander gleich. Wird aber $c = 0$ und $w = 0$ gesetzt, so ist:

$$s_1 = E \frac{b}{ab} = \frac{E}{a};\ s_2 = 0;\ s_3 = E \frac{b}{ab} = \frac{E}{a} = s.$$

In diesem Falle gelangt in den Zweigleiter b kein Strom, während die beiden andern Ströme gleich sind.

186. Für $a = b = c$ und $w = 0$ folgt aus der Aufgabe 182:

$$s_1 = E \frac{2a}{3a^2} = \frac{2E}{3a};\ s_2 = s_3 = E \frac{a}{3a_2} = \frac{E}{3a} = \frac{s_1}{2}.$$

187. Der Widerstand des einen Schliessungskreises ist gleich $2r\pi$ und jener des zweiten Schliessungskreises gleich $2R\pi$. Ersetzt man in der Aufgabe 182 den Leiter b, welchem die Stromstärke s_2 nach Gleichung II entspricht, durch den Widerstand $2r\pi$ des einen Schliessungskreises und ebenso den Leiter c, welchem die Stromstärke s_3 nach Gleichung III entspricht, durch den Widerstand $2R\pi$ des andern Schliessungskreises und setzt man dort, weil hier der unverzweigte Leiter nur aus dem Widerstande w der Batterie besteht, $a = 0$, so erhält man:

$$s_1 = E \frac{2r\pi + 2R\pi}{w(2r\pi + 2R\pi) + 2r\pi \,.\, 2R\pi} = E \frac{r+R}{w(r+R) + 2rR\pi}.$$

$$s_2 = E \frac{2R\pi}{w(2r\pi + 2R\pi) + 2r\pi \,.\, 2R\pi} = E \frac{R}{w(r+R) + 2rR\pi}.$$

$$s_3 = E \frac{2r\pi}{w(2r\pi + 2R\pi) + 2r\pi \,.\, 2R\pi} = E \frac{r}{w(r+R) + 2rR\pi}.$$

Das Verhältniss der Ströme s_2 und s_3 ist:

$$s_2 : s_3 = E \frac{R}{w(r+R) + 2rR\pi} : E \frac{r}{w(r+R) + 2rR\pi} = R : r.$$

Die Zweigströme stehen mit den Halbmessern der ihnen entsprechenden Schliessungskreise im umgekehrten Verhältniss.

188. Nachdem der Widerstand des Schliessungskreises gleich $2r\pi$ ist und durch den Durchmesser der Kreis in zwei gleiche Theile getheilt wird, so ist der Widerstand eines solchen Theiles gleich $r\pi$. Da hier der unverzweigte Leiter durch den Durchmesser $2r$ repräsentirt wird und der Widerstand w der Batterie gleich Null ist, so folgt aus den Gleichungen I, II und III der Aufgabe 182, wenn $2r$ für a; $r\pi$ für $b = c$ substituirt und $w = \Theta$ gesetzt wird:

$$s_{,} = E\frac{r\pi + r\pi}{2r(r\pi + r\pi) + r\pi \, . \, r\pi} = E\frac{2}{r(4+\pi)} = \frac{2E}{7{,}14 \, . \, r} = \frac{E}{3{,}57r}$$

$$s_2 = E\frac{r\pi}{2r(r\pi + r\pi) + r\pi \, . \, r\pi} = \frac{E}{r \, . \, 7{,}14} = s_3.$$

189. Der zwischen zwei auf einander senkrecht stehenden Halbmessern befindliche Bogen entspricht dem Winkel von 90°. Daher ist der Widerstand desselben gleich $\frac{r\pi}{2}$. Der Widerstand des andern Bogens, welcher dem Winkel von 270° entspricht, ist gleich $\frac{3r\pi}{2}$. Wenn in die Gleichungen I, II und III der Aufgabe 182 $\frac{r\pi}{2}$ für b, $\frac{3r\pi}{2}$ für c und $2r$ für a substituirt, $w = \Theta$ gesetzt wird, so folgt:

$$s_{,} = E\frac{\frac{r\pi}{2} + \frac{3r\pi}{2}}{2r\left(\frac{r\pi}{2} + \frac{3r\pi}{2}\right) + \frac{r\pi}{2} \, . \, \frac{3r\pi}{2}} = E\frac{8}{r(16 + 3\pi)}$$

$$s_2 = E\frac{\frac{3r\pi}{2}}{2r\left(\frac{r\pi}{2} + \frac{3r\pi}{2}\right) + \frac{r\pi}{2} \, . \, \frac{3r\pi}{2}} = E\frac{6}{r(16 + 3\pi)}$$

$$s_3 = E\frac{\frac{r\pi}{2}}{2r\left(\frac{3r}{2} + \frac{3r\pi}{2}\right) + \frac{r\pi}{2} \, . \, \frac{3r\pi}{2}} = E\frac{2}{r(16 + 3\pi)}.$$

190. Wenn die drei Leiter hinter einander geschaltet werden, so ist die Stromstärke: $S = \frac{E}{w + a + b + c}$.

Werden aber die beiden Leiter b und c parallel geschaltet, so sind die in denselben zirkulirenden Stromstärken nach Aufgabe 182 Gleichungen II und III:

$$s_2 = E\frac{c}{(a + w)(b + c) + bc}; \quad s_3 = \frac{b}{(a + w)(b + c) + bc}.$$

Wenn diese beiden Ströme dem Strome S gleich sein sollen, so müssen sie auch unter einander gleich sein und dann ist $b = c$. Unter dieser Bedingung ist:

$$s_2 = s_3 = E\frac{b}{2b(a + w) + b^2} = \frac{E}{2(a + w) + b}.$$

Da $s_2 = s_3 = S$ sein soll, so folgt, nachdem $b = c$ ist:

$$\frac{E}{w + a + 2b} = \frac{E}{2(a + w) + b}; \; w + a + 2b = 2(a + w) + b$$
und daraus: $a + w = b = c$; d. h. es müssen in diesem Falle die Widerstände aller drei Leiter einander gleich sein.

191. Da die beiden Morse-Apparate, wenn sie gleichzeitig zur Thätigkeit gelangen, parallel geschaltete Leiter bilden, so ist deren Widerstand nach Aufgabe 9 gleich: $\frac{15 \cdot 30}{15 + 30} = 10$.

Nach Aufgabe 163 ist die grösste Stromstärke erhältlich, wenn die Gruppirung derart stattfindet, dass der Widerstand in der Batterie dem Widerstande ausserhalb derselben gleich ist. Werden daher in die Gleichung: $n = \sqrt{\frac{m r}{l}}$ die Werthe $m = 8$, $r = 5$ und $l = 10$ substituirt, so erhält man: $n = 2$, d. h. aus den 8 Elementen sind zwei parallel geschaltete Gruppen zu vier hinter einander verbundenen Elementen zu bilden, wenn die Batterie die grösste Stromstärke liefern soll, sobald beide Morse-Apparate in Thätigkeit gelangen.

Substituirt man in die Gleichung: $S = \frac{m n E}{m r + n^2 l}$ die Werthe, so findet man als grösste Stromstärke: $S = E \frac{8 \cdot 2}{8 \cdot 5 + 2^2 \cdot 10} = \frac{E}{5}$.

Um bei gleichzeitiger Thätigkeit beider Morse-Apparate die jeden einzelnen durchfliessende Stromstärke zu bestimmen, geht man von folgender Betrachtung aus.

Nach Aufgabe 183 verhalten sich die Zweigströme wie umgekehrt die ihnen entsprechenden Widerstände. Es ist daher, wenn man den Strom, welcher dem Morse-Widerstande 15 entspricht, mit $s_{,}$ und jenen, welcher dem Morse-Widerstande 30 entspricht, mit s_2 bezeichnet:

$$s_{,} : s_2 = 30 : 15 = 2 : 1.$$

Es ist aber auch: $s_{,} : s_{,} + s_2 = 2 : 3$.

Da $s_{,} + s_2 = S$ ist (erste Kirchhoff'sche Formel), so erhält man:

$$s_{,} : S = 2 : 3, \text{ und } s_{,} = \frac{2S}{3}.$$

Nachdem $S = \frac{E}{5}$ ist, so ist: $s_{,} = \frac{2}{3} \cdot \frac{E}{5} = \frac{2E}{15}$.

In ähnlicher Weise und noch einfacher aus der Gleichung $s_2 = S - s_{,}$ findet man den Werth von s_2 mit: $s_2 = \frac{E}{5} - \frac{2E}{15} = \frac{E}{15}$.

$s_{,}$ und s_2 sind daher die Stromstärken, welche bei gleichzeitiger Thätigkeit beider Morse-Apparate zur Wirkung gelangen.

Um die Stromstärken zu bestimmen, welche die Morse-Apparate durchfliessen, wenn diese einzeln zur Thätigkeit gelangen, braucht man nur in die allgemeine Gleichung für die Stromstärke — da hier von einem Maximum nicht mehr die Rede sein kann — für l die den einzelnen Apparaten entsprechenden Widerstände zu substituiren und man erhält: für den Apparat vom Widerstande 15:

$$S_{,} = \frac{8 \cdot 2E}{8 \cdot 5 + 4 \cdot 15} = \frac{16E}{100} = \frac{2E}{12{,}5} = \frac{E}{6{,}25},$$

für den Apparat vom Widerstande 30:

$$S_2 = \frac{8\ .\ 2E}{8\ .\ 5 + 4\ .\ 30} = \frac{16E}{160} = \frac{E}{10}.$$

Wie aus der Vergleichung hervorgeht, sind die auf die Apparate einwirkenden Stromstärken grösser, wenn die Apparate einzeln zur Thätigkeit gelangen.

192. Wenn der Widerstand des Leitungstheiles von A bis G gleich a ist, so ist jener von G bis B gleich $L - a$. Wenn s_1, s_2 und s_3 die in den einzelnen Leitern zirkulirenden Ströme vorstellen, so ist nach den Kirchhoff'schen Gesetzen:

Fig. 4.

$$s_1 = s_2 + s_3;$$
$$s_1 a + s_2 (L - a) = E;$$
$$s_1 a + s_3 c = E.$$

Aus der 2. und 3. Gleichung erhält man:

$$s_2 = \frac{E - s_1 a}{L - a}; \qquad s_3 = \frac{E - s_1 a}{c}.$$

Bei Substituirung dieser Werthe in die 1. Gleichung folgt:

$$s_1 = \frac{E - s_1 a}{L - a} + \frac{E - s_1 a}{c} = E \frac{L - a + c}{(L - a)(a + c) + a c} = \frac{L - a + c}{a (L - a) + c L}.$$

Mit Hilfe dieses Werthes von s_1 erhält man aus den zwei vorletzten Gleichungen: $s_2 = E \dfrac{c}{a (L - a) + c L}$; $s_3 = E \dfrac{L - a}{a (L - a) + c L}$.

193. Der ableitungsfreie Strom ist gleich $\dfrac{E}{L}$, der zur Station B gelangende Zweigstrom ist: $s_2 = E \dfrac{c}{a (L - a) + c L}$. Da dieser Strom den $m$ten Theil des ableitungsfreien Stromes betragen soll, so ist:

$\dfrac{E}{L} = E \dfrac{m\ .\ c}{(L - a)\ a + c L}$, und daraus: $(L - a)\ a + c L = m c L$.

Hieraus resultirt für c: $c = \dfrac{(L - a)\ a}{L\ (m - 1)}$.

194. $c = \dfrac{(100 - 40)\ 40}{100\ (4 - 1)} = 8$.

195. Der ableitungsfreie Strom von 4 Elementen ist der 9. Theil des ableitungsfreien Stromes von 36 Elementen und da der erste Strom jenem gleich ist, welcher bei Anwendung von 36 Elementen und bei in Ableitung befindlicher Linie die Apparate in Thätigkeit setzen soll, so ist auch dieser gleich dem 9. Theile des ableitungsfreien Stromes von 36 Elementen. Da der Widerstand der Leitung 105 Meilen und jener der Apparate 10 resp. 1 Meile beträgt, so ist der Gesammtwiderstand gleich 116 Meilen. Der halbe Widerstand ist daher gleich 58 Meilen.

Substituirt man in die Resultats-Gleichung der Aufgabe 193 die Werthe $L = 116$, $a = 58$ und $m = 9$, so erhält man

$c = \dfrac{(116 - 58)\ 58}{116\ (9 - 1)} = \dfrac{58}{16} = 3{,}625$ Meilen als den tiefsten Werth

des Widerstandes einer in der Mitte des Widerstandssystems angebrachten Ableitung, welche noch die Correspondenz auf dem Gintl'schen Schreibapparat zulässt. Von dieser Grenze aufwärts können die Ableitungen in beliebiger Weise sich ändern, ohne die Correspondenz mit diesem Apparat irgendwie zu beeinträchtigen.

Ist die Ableitung 1 Meile vor der Gebestation angebracht, so ist $a = 1$ und man erhält: $c = \frac{(116 - 1)\,1}{116\,(9 - 1)} = \frac{115}{116\,.\,8} = 0{,}158$ Meilen als den tiefsten Werth des Widerstandes einer 1 Meile vor der Gebestation angebrachten Ableitung, welche von dieser Grenze aufwärts gleichfalls in beliebiger Weise variiren kann.

Es ist daher mit Rücksicht auf den Umstand, dass von den bis jetzt bekannten Apparaten keiner solche Variationen im Zustande der Leitung auszuhalten im Stande ist, die ausgesprochene Befürchtung unbegründet.

196. Durch die Differentialrechnung findet man, dass der in der Aufgabe 192 entwickelte Strom s_2 den kleinsten Werth erlangt, wenn $a = \frac{L}{2}$ ist, d. h. wenn die Ableitung in der Mitte des Widerstandes der Leitung angebracht ist. Doch kommt man übersichtlicher und auf elementarem Wege in der folgenden Weise zu demselben Resultate.

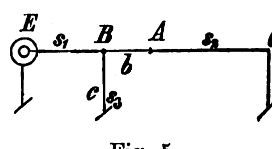


Fig. 5.

Der Punkt A bezeichnet die Mitte des Widerstandes der Leitung, so dass $EA = AC = a$, d. h. dem halben Widerstande der Leitung gleich ist. Im Punkte B sei die Ableitung vom Widerstande c angebracht, deren Entfernung von der Mitte A des Widerstandes der Leitung $BA = b$ sein soll. Daher ist $EB = a - b$ und $BC = a + b$.

Nach den Gesetzen von Kirchhoff folgt, wenn $s_,$, s_2 und s_3 die in den Leitern $a - b$, $a + b$ und c zirkulirenden Ströme vorstellen:

$$s_, = s_2 + s_3 \quad \ldots \quad 1,$$
$$s_, (a - b) + s_2 (a + b) = E \quad \ldots \quad 2,$$
$$s_, (a - b) + s_3 c = E \quad \ldots \quad 3.$$

Aus den Gleichungen 2 und 3 folgt:

$$s_2 = \frac{E - s_, (a - b)}{a + b} \quad \ldots \quad 4,$$
$$s_3 = \frac{E - s_, (a - b)}{c} \quad \ldots \quad 5.$$

Bei Substituirung dieser zwei Werthe in die Gleichung 1 resultirt:

$$s_, = E \frac{a + b + c}{a^2 - b^2 + 2ac}.$$

Wird dieser Werth in die Gleichung 4 substituirt, so erhält man:

$$s_2 = \frac{E - E \frac{a + b + c}{a^2 - b^2 + 2ac} (a - b)}{a + b}\text{; und daraus:}$$

$$s_2 = E \frac{c}{a^2 - b^2 + 2ac} \quad \ldots \quad \text{A.}$$

Damit dieser Strom s_2, welcher zur Empfangsstation gelangt, seinen kleinsten Werth erlangt, muss offenbar der Nenner seinen grössten Werth erreichen. Diesen grössten Werth erreicht aber der Nenner, wenn das mit negativen Zeichen behaftete Glied desselben verschwindet, d. h. wenn $b = 0$ ist, und in diesem Falle befindet sich die Ableitung in der Mitte des Widerstandes der Leitung.

197. Nachdem die Differenz der Quadrate $a^2 - b^2$ aus den Faktoren $a + b$ und $a - b$ besteht und stets unverändert bleibt, wenn auch die in voriger Figur angebrachte Ableitung um den Abstand b von A gegen C gerückt wird, so folgt aus der Gleichung A der vorigen Aufgabe, dass bei gleichbleibendem Widerstande der Ableitung es immer zwei symetrisch gelegene, daher von der Mitte des Widerstandes der Leitung gleich weit entfernte Punkte gibt, in welchen die Ableitung angebracht werden kann, ohne dass der zur Empfangsstation gelangende Zweigstrom eine Aenderung in seiner Stärke erleidet.

198. Hier bezeichnet c den Widerstand der Ableitung, a den Widerstand des Leitungstheiles links derselben und b jenen rechts derselben; v den Widerstand der Batterie mE und w jenen der Batterie nE.

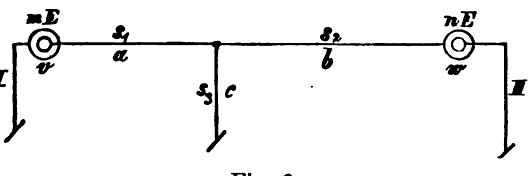


Fig. 6.

Wenn durch $s_,$, s_2 und s_3 die in den Leitern von den Widerständen $(a + v)$; $(b + w)$ und c vorhandenen Stromstärken bezeichnet werden, so ist nach den Gesetzen von Kirchhoff:

$$s_, = s_2 + s_3 \quad \ldots\ldots \quad 1.$$

$$s_, (a + v) + s_2 (b + w) = E (m + n) \quad \ldots\ldots \quad 2.$$

$$s_, (a + v) + s_3 c = mE \quad \ldots\ldots \quad 3.$$

Hieraus resultiren in ähnlicher Weise wie in der Aufgabe 182 für $s_,$, s_2 und s_3 folgende Werthe:

$$s_, = E \frac{m (b + w) + c (m + n)}{(a + v) (b + w + c) + c (b + w)} \quad \ldots\ldots \quad \text{I},$$

$$s_2 = E \frac{n (a + v) + c (m + n)}{(a + v) (b + w + c) + c (b + w)} \quad \ldots\ldots \quad \text{II},$$

$$s_3 = E \frac{m (b + w) - n (a + v)}{(a + v) (b + w + c) + c (b + w)} \quad \ldots\ldots \quad \text{III}.$$

Soll $s_3 = 0$ sein, d. h. sollen sich die durch die Ableitung c zirkulirenden Stromstärken in ihren Wirkungen aufheben, so muss der Zähler der Gleichung III gleich Null werden.

Dies findet statt wenn ist:

$$m (b + w) = n (a + v) \quad \ldots\ldots \quad \alpha.$$

Unter dieser Bedingung wird ein in der Ableitung geschaltetes Galvanometer gar keine Nadelablenkung erfahren. In diesem Falle befindet sich das System im Zustande des elektrischen Gleichgewichtes.

Aus den Gleichungen I und II folgt dann: $s_, = s_2$.

Aus der Gleichung 2 erhält man:

$$s_, = s_2 = \frac{E (m + n)}{a + v + b + w} \quad \ldots\ldots \quad \beta.$$

Da der ableitungsfreie Strom dieselbe Stärke besitzt, so folgt, dass bei einer unter dem Verhältnisse $m\ (b + w) = n\ (a + v)$ angebrachten Ableitung welch immer Widerstandes die in der Leitung vorhandene Stromstärke und daher auch die durch dieselbe bedingte Nadelablenkung eines Multiplikators nicht alterirt wird.

Wird aus der Gleichung α der Werth von n bestimmt und in die Gleichung I eingesetzt, so folgt:

$$s_{,} = \frac{mE}{a + v} = s_2 \quad \ldots \quad \text{IV.}$$

Wird aber aus der Gleichung α der Werth von m bestimmt und in die Gleichung II substituirt, so resultirt:

$$s_2' = \frac{nE}{b + w} = s_{,} \quad \ldots \quad \text{V.}$$

Aus diesen beiden Gleichungen IV und V geht hervor, dass die in den Leitern $a + v$ und $b + w$ vorhandenen Stromwirkungen dieselbe Stärke besitzen, als ob diese Leiter mit den zugehörigen Batterien für sich geschlossene Stromkreise bilden würden.

Ist in der Gleichung III: $m\ (b + w) > n\ (a + v)$; so ist $s_{,} > s_2$. Weil überdies in diesem Falle $s_{,}$ grösser und s_2 kleiner als der ableitungsfreie Strom (Gleichung β) ist, so folgt weiter, dass im Leitungstheile a der Nadelausschlag grösser, in jenem b dagegen kleiner als der normale durch den ableitungsfreien Strom bedingte Nadelausschlag ist.

Das umgekehrte Verhältniss würde eintreten, wenn $m\ (b + w) < n\ (a + v)$ wäre.

Sind die Batterien m und n, und daher auch deren Widerstände v und w gleich, so folgt aus der Gleichung α: $a = b$.

In diesem Falle muss die Ableitung in der Mitte der Leitung angebracht sein, damit das elektrische Gleichgewicht nicht gestört werde.

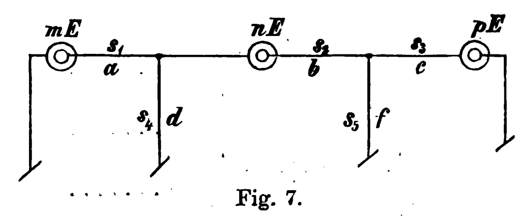


Fig. 7.

199. Die Widerstände der einzelnen Theile der Leitung nebst den Widerständen der in denselben geschalteten Batterien m, n, p sind durch a, b, c; die Widerstände der Ableitung durch d, f, und die in den einzelnen Leitern vorhandenen Stromwirkungen durch $s_{,}$, s_2, s_3, s_4, s_5 bezeichnet.

Nach den Gesetzen von Kirchhoff ist:

$$s_{,} = s_2 + s_4 \quad \ldots \quad 1,$$
$$s_2 = s_3 + s_5 \quad \ldots \quad 2,$$
$$s_{,}a + s_4 d = mE \text{ (zweiseitige Figur)} \quad \ldots \quad 3,$$
$$s_{,}a + s_2 b + s_5 f = (m + n)\ E \quad \text{dreiseitige} \ldots \quad 4,$$
$$s_{,}a + s_2 b + s_3 c = (m + n + p)\ E \quad \text{Figuren} \ldots \quad 5.$$

Wenn aus diesen Gleichungen die Werthe für die einzelnen Ströme entwickelt werden, so erhält man:

$$s_{,} = E \frac{m\ (df + cd + cf + bf + bc) + n\ (df + cd) + pdf}{adf + acd + cdf + acf + abf + abc + bdf + bcd} \ldots \text{I,}$$

$$s_2 = E \frac{m(df + cd) + n(df + cd + af + ae) + p(df + af)}{adf + acd + cdf + acf + abf + abc + bdf + bcd} \ldots \text{II},$$

$$s_3 = E \frac{mdf + n(df + af) + p(df + af + ad + ab + bd)}{adf + acd + cdf + acf + abf + abc + bdf + bcd}. \text{III},$$

$$s_4 = E \frac{m(cf + bf + bc) - n(af + ac) - paf}{adf + acd + cdf + acf + abf + abc + bdf + bcd} \text{IV},$$

$$s_5 = E \frac{mcd + n(cd + ac) - p(ad + ab + bd)}{adf + acd + cdf + acf + abf + abc + bdf + bcd} \text{V}.$$

Damit die Ableitungsströme s_4 und s_5 gleich Null werden, müssen die Zähler in den Gleichungen IV und V gleich Null sein.

Es ist daher:

$$mcf + mbf + mbc - naf - nac - paf = 0$$
$$mcd + ncd + nac - pad - pab - pbd = 0.$$

Werden diese zwei Gleichungen in Faktoren zerlegt, so folgt:

$$f(mc - pa) + f(mb - na) + c(mb - na) = 0$$
$$d(mc - pa) + d(nc - pb) + a(nc - pb) = 0.$$

Diesen Gleichungen wird Genüge geleistet, wenn ist:

$$mc = pa;\ mb = na;\ nc = pb \ldots\ldots\ldots\ldots \alpha.$$

Nachdem immer eine von diesen Gleichungen aus der Combination der beiden andern hervorgeht, so ist daher eine, welche immer, überflüssig. Es braucht daher nur Zweien entsprochen zu werden, damit $s_4 = s_5 = 0$ ist.

Aus den Gleichungen 1 und 2 folgt dann: $s_{\prime} = s_2 = s_3$.

Demzufolge resultirt aus der Gleichung 5:

$$s_{\prime} = E \frac{m + n + p}{a + b + c} = s_2 = s_3.$$

Da dieser Strom jenem der ableitungsfreien Leitung gleich ist, so folgt, dass bei den unter den Bedingungen α angebrachten Ableitungen welch immer Widerstandes die Stromstärke nicht alterirt wird.

Ist $m = n = p$, d. h. sind die Batterien gleich stark, so folgt aus der Gleichung α: $a = b = c$.

200. Die in den Leitern von den Widerständen $a + v$, $b + w$ und c auftretenden Stromwirkungen sind durch $s_{\prime}$, s_2 und s_3 bezeichnet.

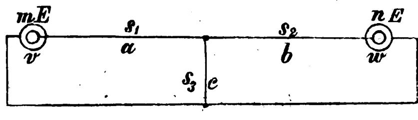


Fig. 8.

Nach den Gesetzen von Kirchhoff folgt, weil die Batterien einander entgegen wirken:

$$s_{\prime} + s_2 = s_3 \ldots\ldots\ldots\ldots 1,$$
$$s_{\prime}(a + v) + s_3 c = mE \ldots\ldots\ldots\ldots 2,$$
$$s_2(b + w) + s_3 c = nE \ldots\ldots\ldots\ldots 3,$$

Aus den Gleichungen 2 und 3 folgt:

$$s_{\prime} = \frac{mE - s_3 c}{a + v} \ldots\ldots\ldots\ldots 4,$$

$$s_2 = \frac{nE - s_3 c}{b + w} \ldots\ldots\ldots\ldots 5.$$

Werden die Werthe aus den Gleichungen 4 und 5 in die Gleichung 1 substituirt, so folgt:

$$s_3 = \frac{mE - s_3 c}{a + v} + \frac{nE - s_3 c}{b + w} \text{ und daraus:}$$

$$s_3 = E \frac{m(b + w) + n(a + v)}{(a + v)(b + w + c) + (b + w)c} \ldots\ldots\ldots \text{ I.}$$

Bei Substituirung dieses Werthes in die Gleichungen 4 und 5 erhält man:

$$s_1 = E \frac{m(b + w + c) - nc}{(a + v)(b + w + c) + (b + w)c} \ldots\ldots\ldots \text{ II,}$$

$$s_2 = E \frac{n(a + v + c) - mc}{(a + v)(b + w + c) + (b + w)c} \ldots\ldots\ldots \text{ III.}$$

Durch die Gleichungen I, II, III sind demnach die Stromstärken ausgedrückt, welche in den einzelnen Leitern vorhanden sind.

201. Sobald eine von den Batterien m und n grösser angenommen wird, so kann die Compensirung der in einer von den Seiten $(a + v)$ und $(b + w)$ auftretenden Stromwirkungen angestrebt werden.

Da in diesem Falle $n > m$ angenommen wurde, so kann das Gleichgewicht elektrischer Kräfte nur in der Seite $(a + v)$ eintreten, und muss daher die in voriger Aufgabe für den Strom s_1 bestimmte Gleichung II annullirt werden.

Da dies stattfindet, wenn der Zähler dieser Gleichung gleich Null ist, so folgt: $m(b + w + c) = nc$,
und daraus für den Widerstand w der Batterie n:

$$w = \frac{c(n - m) - mb}{m} = \frac{c(n - m)}{m} - b.$$

Die Erlangung des Gleichgewichtes findet durch Regulirung eines von den Widerständen b oder c statt, bis ein in der Seite $(a + v)$ eingeschaltetes Galvanometer keine Nadelablenkung erfährt.

Ist $m = 1$, so ist: $w = c(n - 1) - b$.

Ist $n = 2m$, so ist: $w = \frac{cm}{m} - b = c - b$.

202. Zu diesem Zwecke wird die Wirkung einer Batterie z. B. jener n, nachdem deren Widerstand nach voriger Aufgabe bestimmt wurde, umgekehrt. Hiedurch kommt man auf den Fall, welcher in der Aufgabe 198 behandelt wurde, und bei welchem die elektrischen Kräfte nur in der Seite c ins Gleichgewicht treten können.

Es wird daher der Widerstand a so lange regulirt, bis ein in der Seite c eingeschaltetes Galvanometer keine Nadelablenkung erfährt.

Tritt dies ein, so ist nach Aufgabe 198 Gleichung α:

$$m(b + w) = n(a + v),$$

und hieraus für den Widerstand v der Batterie m:

$$v = \frac{m(b + w) - na}{n} = \frac{m(b + w)}{n} - a.$$

Substituirt man in diese Gleichung den nach voriger Aufgabe für w erhaltenen Werth, so folgt für v:

$$v = \frac{m\left(b + \frac{c(n - m)}{m} - b\right)}{n} - a = \frac{c(n - m)}{n} - a.$$

Um den Widerstand eines Elements zu erhalten, ist es nur nothwendig, den Batteriewiderstand v dieser Aufgabe oder jenen w der vorigen Aufgabe durch die Zahl m resp. n der zur Batterie vereinigten Elemente zu dividiren.

Ist $m = 1$, so erhält man für den Widerstand eines Elements direkt:

$$v = c = a = \frac{c}{n}.$$

203. Diese Verbindungen sind in der folgenden Figur ausgeführt.

Die Widerstände der Batterien sollen in den entsprechenden Leitungswiderständen mit inbegriffen sein.

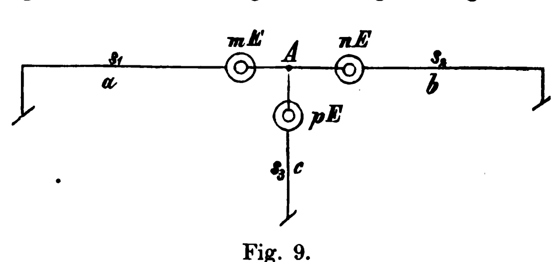


Fig. 9.

Weil dem Vereinigungspunkte A alle drei Ströme zufliessen, so ist den Kirchhoff'schen Gesetzen zufolge:

$$s_1 + s_2 + s_3 = 0 \quad \ldots \quad 1,$$

$$s_1 a - s_2 b = (m - n)E \quad \ldots \quad 2,$$

$$s_1 a - s_3 c = (m - p)E \quad \ldots \quad 3.$$

Aus den Gleichungen 2 und 3 folgt:

$$s_2 = \frac{s_1 a - (m - n)E}{b} \quad \ldots \quad 4,$$

$$s_3 = \frac{s_1 a - (m - p)E}{c} \quad \ldots \quad 5.$$

Werden diese zwei Werthe in die Gleichung 1 substituirt, so erhält man für s_1 folgenden Werth:

$$s_1 = E\,\frac{m(b + c) - nc - pb}{ab + ac + bc} \quad \ldots \quad \text{I.}$$

Mit Hilfe dieses Werthes resultirt aus den Gleichungen 4 und 5:

$$s_2 = E\,\frac{n(a + c) - mc - pa}{ab + ac + bc} \quad \ldots \quad \text{II},$$

$$s_3 = E\,\frac{p(a + b) - mb - na}{ab + ac + bc} \quad \ldots \quad \text{III.}$$

Durch die Gleichungen I, II und III sind die Werthe der in den Seiten a, b und c vorhandenen Stromwirkungen ausgedrückt.

Damit jedoch diese annullirt werden, müssen die Zähler dieser drei Gleichungen gleich Null sein. Es ist daher aus der ersten Gleichung:

$$mb + mc - nc - pb = 0.$$

Aus der Zerlegung in Faktoren ergibt sich:

$$b(m - p) + c(m - n) = 0.$$

Aus dieser Gleichung folgt, wenn ihr Genüge geleistet werden soll: $m = p$; $m = n$ und daher auch: $m = n = p$.

Da dieses Resultat auch aus den beiden andern Gleichungen hervorgeht, so folgt, dass unabhängig von der Grösse der Widerstände a, b, c die Stromwirkungen s_1, s_2 und s_3 gleich Null werden, wenn alle drei Batterien gleiche Stärke haben.

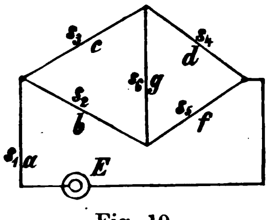


Fig. 10.

204. Die Wheatstone'sche Brücke ist durch die folgende Figur dargestellt.

Die Widerstände der einzelnen Theile sind durch a, b, c, d, f und g; die in denselben vorhandenen Stromwirkungen aber durch $s_{,}$, s_2, s_3, s_4, s_5 und s_6 ausgedrückt. E bezeichnet die elektromotorische Kraft der Batterie, deren Widerstand in jenem a enthalten ist.

Nach den Gesetzen von Kirchhoff folgt:

$$s_{,} = s_2 + s_3 = s_4 + s_5 \quad \ldots \quad 1,$$
$$s_3 = s_4 + s_6 \quad \ldots \quad 2,$$
$$s_5 = s_2 + s_6 \quad \ldots \quad 3,$$
$$s_{,}a + s_3 c + s_4 d = E \quad \ldots \quad 4,$$
$$s_{,}a + s_2 b + s_5 f = E \quad \ldots \quad 5,$$
$$s_6 g + s_5 f - s_4 d = 0 \quad \ldots \quad 6.$$

Aus der Gleichung 6 folgt:

$$s_6 = \frac{s_4 d - s_5 f}{g}.$$

Wird dieser Werth in die Gleichung 3 substituirt, so folgt:

$$s_5 = s_2 + \frac{s_4 d - s_5 f}{g} \text{ und daraus: } s_5 = \frac{s_2 g + s_4 d}{g + f}.$$

Setzt man diesen Werth von s_5 in die Gleichung 5, so folgt:

$$s_{,}a + s_2 b + \frac{s_2 fg + s_4 df}{g + f} = E.$$

Hieraus folgt für s_4:

$$s_4 = \frac{E(g + f) - s_{,}(ag + af) - s_2(bg + bf + fg)}{df}.$$

Bei Substituirung dieses Werthes von s_4 in die Gleichung 4 erhält man:

$$s_{,}a + s_3 c + \frac{E(g + f) - s_{,}(ag + af) - s_2(bg + bf + fg)}{f} = E.$$

Und daraus für s_3: $s_3 = \dfrac{s_{,}ag + s_2(bg + bf + fg) - Eg}{cf}$.

Wird dieser Werth in die Gleichung 1 substituirt, so erhält man:

$$s_{,} = s_2 + \frac{s_{,}ag + s_2(bg + bf + fg) - Eg}{cf}.$$

Hieraus folgt:

$$s_2 = \frac{Eg + s_{,}(cf - ag)}{cf + bg + bf + fg} \quad \ldots \quad 7.$$

Wird dieser Werth von s_2 in die Gleichung 5 eingesetzt, so folgt:

$$s_{,}a + \frac{Ebg + s_{,}(bcf - abg)}{cf + bg + bf + fg} + s_5 f = E.$$

Und daraus folgt für s_5:

$$s_5 = \frac{E(b + c + g) - s_{,}(ac + ab + ag + bc)}{cf + bg + bf + fg} \quad \ldots \quad 8.$$

Wenn die Werthe von s_2 und s_5 aus den Gleichungen 7 und 8 in die Gleichung 3 substituirt werden, so resultirt für s_6:

$$s_6 = \frac{E(b + c + g) - s_,(ac + ab + ag + bc)}{cf + bg + bf + fg} - \frac{Eg + s_,(cf - ag)}{cf + bg + bf + fg}.$$

$$s_6 = \frac{E(b + c) - s_,(ac + ab + bc + cf)}{cf + bg + bf + fg} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 9.$$

Für s_3 erhält man, wenn der Werth von s_2 aus der Gleichung 7 in jene 1 substituirt wird:

$$s_3 = s_, - \frac{Eg + s_,(cf - ag)}{cf + bg + bf + fg}.$$

$$s_3 = \frac{s_,(bg + bf + fg + ag) - Eg}{cf + bg + bf + fg} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 10.$$

Aus dieser und aus der Gleichung 4 folgt:

$$s_4 d = E - s_, a - \frac{s_,(bcg + bcf + cfg + acg) - Ecg}{cf + bg + bf + fg}.$$

$$s_4 = \frac{E(cf + bg + bf + fg + cg) - s_,(acf + abg + abf + afg)}{d(cf + bg + bf + fg)} -$$

$$- \frac{s_,(bcg + bcf + cfg + acg)}{d(cf + bg + bf + fg)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 11.$$

Werden in die Gleichung 1: $s_, = s_4 + s_5$ die Werthe aus den Gleichungen 11 und 8 substituirt, so folgt für die Stromstärke $s_,$ in dem Leiter a:

$$s_, = E\frac{bd + cd + dg + cf + bg + bf + fg + cg}{z} \quad \ldots\ldots \quad \text{I.}$$

Da nun der Werth von $s_,$ vollkommen bestimmt ist, so braucht man nur denselben in die Gleichungen 7, 10, 11, 8 und 9 zu substituiren, um nach einigen Reduktionen die Werthe der andern Ströme nach einander zu erhalten. Einfacher jedoch gelangt man zu demselben Resultate, wenn man die Werthe von s_2 und s_5 aus den Gleichungen 7 und 8, jene von s_3, s_4 und s_6 aber hernach aus den Gleichungen 1, 2 und 3 bestimmt. Für alle Fälle erhält man:

$$s_2 = E\frac{dg + cg + cf + cd}{z} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{II,}$$

$$s_3 = E\frac{bg + bf + fg + bd}{z} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{III,}$$

$$s_4 = E\frac{cf + bg + bf + fg}{z} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{IV,}$$

$$s_5 = E\frac{cd + cg + bd + dg}{z} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{V,}$$

$$s_6 = E\frac{bd - cf}{z} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{VI,}$$

wobei der Nenner z gleich ist:

$$z = d(cf + bg + bf + fg) + c(bd + bg + bf + fg) +$$
$$+ a(cd + bd + dg + cf + bg + bf + fg + ag).$$

Da s_6 die in der Diagonale g vorhandenen Stromwirkungen ausdrückt, so werden diese gleich Null, wenn der Zähler in der Gleichung VI gleich Null wird. Dies trifft zu, wenn $bd = cf$ ist.

Wenn also die Produkte der gegenüber liegenden Seiten einander gleich sind, so annulliren sich die Stromwirkungen in der Diagonale g.

Unter dieser Annahme gehen die Gleichungen I bis VI in folgende einfachere über:

$$s_1 = E\frac{b+c+d+f}{a(b+c+d+f)+(c+d)(b+f)} \dots\dots\dots\dots \alpha,$$

$$s_2 = s_5 = E\frac{c+d}{a(b+c+d+f)+(c+d)(b+f)} \dots\dots\dots \beta,$$

$$s_3 = s_4 = E\frac{b+f}{a(b+c+d+f)+(c+d)(b+f)} \dots\dots\dots \gamma,$$

$$s_6 = 0 \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \delta.$$

205. Auf dem Umstande, dass der Widerstand der Batterie oder jener der einzelnen Gruppen im Verhältniss zum Widerstande der damit verbundenen Leitungen als sehr klein vernachlässigt resp. gleich Null angenommen werden kann, und dass in Folge dessen die in die einzelnen Leitungen entweder einzeln oder gleichzeitig entsendeten Ströme stets dieselbe nur durch den Widerstand der entsprechenden Leitungen-bedingte und einander gleiche Stärke besitzen.

Um den Beweis hiefür zu erbringen, gehen wir zur Aufgabe 199 zurück. Für den vorliegenden Fall sollen a und b die Widerstände der Batteriegruppen m und n; d, f und c aber die Widerstände der Leitungen vorstellen, welche mit den Batterien nur dann verbunden werden, wenn in dieselben Strom entsendet werden soll.

Wenn die Leitungen c, d und f nach einander geschlossen werden, so zirkuliren in denselben folgende Ströme:

$$S_3 = \frac{E(m+n+p)}{a+b+c}, \text{ (Leitung } c),$$

$$S_4 = \frac{Em}{a+d}, \text{ (Leitung } d),$$

$$S_5 = \frac{E(m+n)}{a+b+f}, \text{ (Leitung } f).$$

Wenn aber alle drei Leitungen gleichzeitig geschlossen werden, so zirkuliren in denselben die in der Aufgabe 199 durch die Gleichungen III, IV und V ausgedrückten Ströme, und zwar:

$$s_3 = E\frac{mdf+n(df+af)+p(df+af+ad+ab+bd)}{adf+acd+cdf+acf+abf+abc+bdf+bcd}, \text{ (Leitung } c),$$

$$s_4 = E\frac{m(cf+bf+bc)-n(af+ac)-paf}{adf+acd+cdf+acf+abf+abc+bdf+bcd}, \text{ (Leitung } d),$$

$$s_5 = E\frac{mcd+n(cd+ac)-p(ad+ab+bd)}{adf+acd+cdf+acf+abf+abc+bdf+bcd}, \text{ (Leitung } f).$$

Wie aus der Vergleichung hervorgeht, ergeben sich bedeutende Differenzen zwischen den einzelnen und gleichzeitigen Stromwirkungen, und speziell aus der Betrachtung der gleichzeitigen Stromwirkungen s_4 und s_5 geht hervor, dass die Wirkung der Batteriegruppen m resp. $m+n$ durch die Gegenwirkung jener n und p resp. p allein sehr beeinträchtigt wird.

Wird aber angenommen, dass die Widerstände a und b der Batterien m und n gleich Null sind, so folgt aus den obigen Einzelnwirkungen:

$$S_3 = \frac{E(m+n+p)}{c}; \quad S_4 = \frac{mE}{d}; \quad S_5 = \frac{E(m+n)}{f}.$$

Aus den obigen Gleichungen für die gleichzeitigen Wirkungen folgt unter der Annahme $a = b = \theta$:

$$s_3 = \frac{E(m+n+p)}{c}; \quad s_4 = \frac{mE}{d}; \quad s_5 = \frac{E(m+n)}{f}.$$

Wie aus der Vergleichung dieser gleichzeitigen mit den einzelnen Wirkungen hervorgeht, sind unter der Bedingung, dass die Widerstände der Batteriegruppen vernachlässigt werden können, die Stromwirkungen nur vom zugehörigen Widerstande der Leitungen abhängig.

Da die Ströme überdies gleiche Stärke besitzen sollen, so ist weiter: $s_3 = s_4 = s_5$.

Um die Zahl m resp. jene $m + n$ zu bestimmen, welche für die Leitungen d und f von der ganzen Batterie $m + n + p = P$ abzugruppiren sind, müssen auch die Widerstände der Leitungen bekannt sein. Es folgt daher aus den Gleichungen:

$$\frac{EP}{c} = \frac{mE}{d}; \quad m = \frac{Pd}{c}; \quad \frac{EP}{c} = \frac{E(m+n)}{f}; \quad (m+n) = \frac{Pf}{c}.$$

206. Sind die Widerstände der einzelnen Leitungen nicht bekannt, so geht man bei der Bestimmung der einzelnen Batteriegruppen in folgender Weise vor.

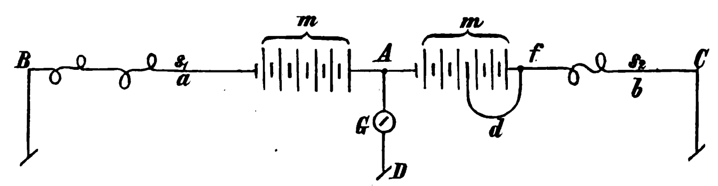


Fig. 11.

Es verbindet nämlich die Station, nachdem sie in die eigene Erdleitung AD den Multiplikator G eingeschaltet hat, zwei beliebige Leitungen AB und AC, — in welchen jedoch die fremden Apparate eingeschaltet bleiben müssen, — mit der eigenen Erdleitung und schaltet in jede Leitung die halbe Anzahl m der für die gemeinsame Batterie bestimmten Elemente $2m$ derart, dass sie im gleichen Sinne wirken, wie dies durch die vorstehende Figur anschaulich gemacht ist.

Verharrt hiebei die Nadel des Multiplikators auf Null, so sind die Widerstände a und b der beiden Leitungen einander gleich und werden diese mit demselben Batteriepol verbunden.

Ist aber der Widerstand b der Leitung AC kleiner als jener a der Leitung AB, so wird die Nadel des Multiplikators G einen Ausschlag im Sinne der in die Leitung AC eingeschalteten Elementenzahl m anzeigen.

Dieser Ausschlag wird aber dadurch auf Null zurückgeführt, dass mittelst des im Punkte f befestigten Hilfsdrahtes d eine Anzahl von Elementen in kurzen Schluss gebracht und dadurch ausser Thätigkeit gesetzt wird.

Bezeichnet n die Zahl der in der Leitung AC in Aktion verbliebenen Elemente, so ist nach den Gleichungen IV und V der Aufgabe 198, wenn dort die Widerstände der Batterien gleich Null gesetzt werden:

$$s_{,} = s_2 = \frac{mE}{a} = \frac{nE}{b}.$$

Ist eine dritte Leitung vorhanden, so wird selbe an Stelle z. B. jener AC mit der Elementenzahl m verbunden. Ob deren Widerstand c grösser oder kleiner ist als jener a der Leitung AB, zeigt der Ausschlagswinkel des Multiplikators G an.

Angenommen, c wäre kleiner als a, so wird wieder mittelst des Hilfsdrahtes d eine Anzahl von Elementen durch kurzen Schluss ausser Aktion gesetzt und dadurch die Nadel des Multiplikators auf Null zurückgeführt.

Bezeichnet nun p die in Aktion verbliebene Elementenzahl und s_3 den in der Leitung c zirkulirenden Strom, so ist wie früher:

$$s_{,} = s_3 = \frac{mE}{a} = \frac{pE}{c}.$$

Ganz in derselben Weise verfährt man, wenn noch mehrere Leitungen vorhanden sind.

Aus den obigen Gleichungen folgt:

$$\frac{mE}{a} = \frac{nE}{b} = \frac{pE}{c}.$$

Diese Gleichungen bleiben einander gegenüber auch dann in demselben Verhältniss, wenn sie um ein Gleiches vervielfältigt werden.

Multiplizirt man sie daher mit der Zahl 2, so folgt:

$$\frac{2mE}{a} = \frac{2nE}{b} = \frac{2pE}{c}.$$

Betrachtet man die erste Gleichung, so findet man, dass die ganze gemeinsame Elementenzahl $2m$ bei dem grössten Widerstande a thätig ist, und dass die ursprünglich zur Herstellung des Gleichgewichtes ermittelten Elementenzahlen n und p nur verdoppelt werden müssen, um in allen drei Leitungen gleiche Stromstärken zu erzielen.

Es sind daher $2n$ und $2p$, die Elementenzahlen, welche von der gemeinsamen Batterie $2m$ für die Leitungen von den Widerständen b und c behufs Erlangung gleicher Stromstärken abgezweigt werden müssen.

207. Um den Zustand der Erdleitung der eigenen Station zu konstatiren, geht man in folgender Weise vor.

Man lässt zwei in verschiedenen Richtungen laufende Leitungen a und b, des geringeren Widerstandes und daher der grösseren Stromstärke wegen, in den zwei nächstgelegenen Stationen mit der Erde verbinden.

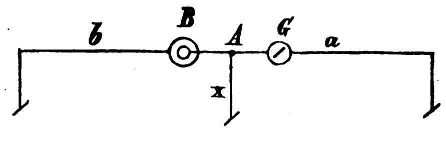


Fig. 12.

Hierauf schaltet man in die eine die Batterie B, in die andere einen empfindlichen Multiplikator G, und verbindet schliesslich beide im Punkte A mit der eigenen Erdleitung x. Zeigt nach dieser Verbindung der Multiplikator G keinen Ausschlag an, so ist die Erdleitung gut.

Im Gegentheil, d. h. wenn am Multiplikator G ein Ausschlag erhältlich ist, ist die Erdleitung mangelhaft und dies um so mehr, je grösser der Nadelausschlag ist.

208. Man misst mittelst der Sinus- oder Tangentenboussole die in voriger Aufgabe durch die Batterie B in die Leitung a und in die Erdleitung x entsendeten Zweigströme.

Bezeichnen S und s diese Stromstärken resp. die trigonometrischen Zahlen der erhaltenen Ausschlagswinkel, so ist, weil die Ströme mit ihren Widerständen im umgekehrten Verhältniss stehen:

$$S : s = x : a, \text{ und daraus: } x = \frac{a \cdot S}{s}$$

für den Widerstand der Erdleitung, wenn der Widerstand der Leitung a bekannt ist.

209. Zu diesem Behufe wird die eine Windung des Differential-Galvanometers mit der Leitung, deren Widerstand bekannt ist, und die andere mit der Erdleitung, der Anfangspunkt der Windungen aber mit einer Leitung verbunden, in welcher eine Batterie geschaltet ist.

Um die Nadel des Differential-Galvanometers auf Null zu bringen, ist ein Rheostat erforderlich, welcher, je nachdem $x \lessgtr a$ ist, entweder in die Erdleitung oder in die Leitung a geschaltet wird.

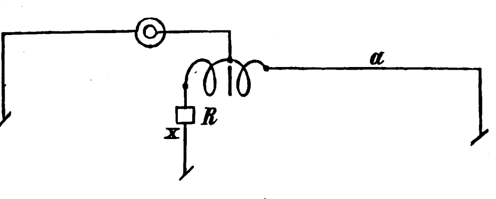


Fig. 13.

Im ersten Falle ist:

$$x + R = a, \text{ und daraus: } x = a - R.$$

Im zweiten Falle ist direkt: $x = R + a$ als Widerstand der Erdleitung.

210. Wenn der Widerstand gar keiner Leitung bekannt ist, so verfährt man auf folgende Art.

Nach nebenstehender Figur wird in die eine Leitung eine Batterie von m und in die andere dagegen eine solche von n Elementen gleichgerichtet und überdies ein empfindlicher Multiplikator G und ein Rheostat R geschaltet, während in die eigene Erdleitung ein empfindlicher Multiplikator G_1 zur Einschaltung gelangt.

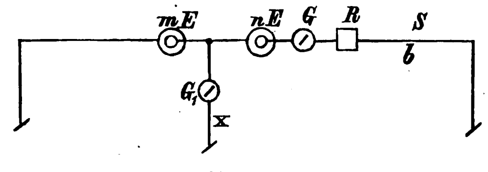


Fig. 14.

Hierauf wird der Rheostat R so lange regulirt, bis die Nadel des in die Erdleitung geschalteten Multiplikators G_1 auf den Nullpunkt zu stehen kommt. Damit eine solche Regulirung möglich werde, muss n verhältnissmässig grösser als m sein.

Der Aufgabe 198 Gleichung V gemäss ist dann die in der Leitung b vorhandene Stromstärke S gleich:

$$S = \frac{nE}{w + G + R + b},$$

wobei der in die Leitung b eingeschaltete Multiplikator G eine bestimmte Nadelablenkung erfährt.

Nun wird der Multiplikator G, aus der Erdleitung ausgeschaltet und die Batterie mE resp. die Leitung, in welcher dieselbe wirkt, unterbrochen.

Jetzt zirkulirt in der Leitung b, wenn der Widerstand der Erdleitung mit x bezeichnet wird, ein Strom von der Stärke:

$$S_{,} = \frac{nE}{w + G + R + b + x},$$

wobei der Multiplikator G, weil der Widerstand jetzt grösser ist, eine geringere Nadelablenkung erfahren wird.

Damit aber dieser Strom dem ersten gleich werde, resp. dass in beiden Fällen gleiche Nadelablenkungen erzielt werden, muss der durch den Rheostaten R ausgedrückte Widerstand um ein Bestimmtes verringert werden. Wenn r diese Verringerung bezeichnet, so ist dann:

$$\frac{nE}{w + G + R + b} = \frac{nE}{w + G + R - r + b + x}.$$

Hieraus folgt für den Widerstand x der Erdleitung: $x = r$.

Bei dieser Bestimmung des Widerstandes der Erdleitung wurden zwei Multiplikatoren vom unbekannten Widerstande angewendet. Um jedoch diesen Widerstand mit nur einem Multiplikator bestimmen zu können, muss dessen Widerstand bekannt sein.

Derselbe wird behufs Herstellung des Gleichgewichtes zuerst in die Erdleitung geschaltet.

Sobald das Gleichgewicht erlangt ist, wird der Multiplikator aus der Erdleitung herausgenommen, in die Leitung b geschaltet und dessen Nadelablenkung beobachtet, nachdem vorerst vom Rheostaten R so viele Widerstands-Einheiten weggenommen wurden, als der Widerstand des Multiplikators beträgt.

Der weitere Vorgang ist derselbe, wie er bereits angegeben wurde.

211. Ohm hat durch seine Versuche „über die Vertheilung der Elektrizität in einem Leiter“ nachgewiesen, dass, wenn der eine Pol einer Batterie, welche durch einen Leiter direkt geschlossen ist, durch einen **guten** Leiter zur Erde abgeleitet wird, die Spannung der Elektrizität daselbst Null wird, während sie am andern Pole um das doppelte steigt, und dass ferner, wenn ein Punkt des Leiters zur Erde abgeleitet wird, die Spannung der Elektrizität am nächstgelegenen Batteriepole um so viel abnimmt, als sie am andern zunimmt, und dass mithin die Spannungen an den beiden Batteriepolen im direkten Verhältniss zu den Widerständen der einzelnen Leitungstheile stehen.

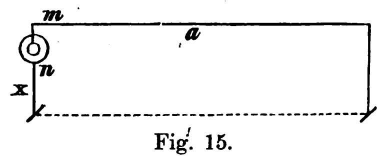


Fig. 15.

Bezeichnet a den bekannten Widerstand der Leitung und x den Widerstand der Erdleitung. Ist $x = 0$, so wird die Spannung an dem mit der Erdleitung verbundenen Batteriepole gleich Null, während sie eine bestimmte Grösse erlangt, sobald x einen bestimmten Werth erreicht.

Werden nun die Spannungen mittelst eines sehr empfindlichen Elektrometers gemessen, und bezeichnet m die Spannung am positiven

und n jene am negativen Pole, so besteht zwischen denselben und den entsprechenden Widerständen folgendes Verhältniss:

$$m : n = a : x, \text{ und daraus: } x = \frac{n \,.\, a}{m}$$

für den Widerstand der Erdleitung.

212. Bei der Station I wird in eine von den beiden Leitungen, z. B. in die obere, eine Batterie vom Widerstande w nebst einem Multiplikator G geschaltet, während die andere Leitung daselbst isolirt wird.

Bei der Station II dagegen wird die obere Leitung isolirt, die untere aber mit der Erde verbunden, wie dies in der folgenden Figur angezeigt ist.

Bezeichnet a den Widerstand des oberen Leitungstheiles von der Station I bis zur Berührungsstelle A, x und y aber die Widerstände der untern Leitungstheile von der Berührungsstelle B gegen die beiden Stationen und z den Widerstand des Leitungskontaktes, so ist die im Multiplikator G, im Leitungstheile a, im Leitungskontakte z und im Leitungstheile y zirkulirende Stromstärke S gleich:

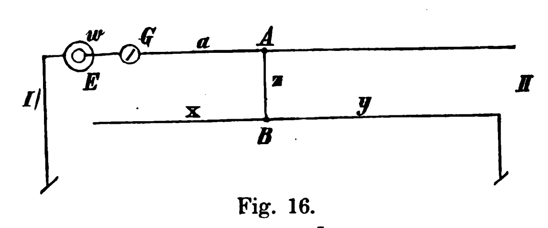


Fig. 16.

$$S = \frac{E}{w + G + a + z + y},$$

welche am Multiplikator einen bestimmten Nadelausschlag hervorrufen wird.

Hierauf werden in der Station II beide Leitungen isolirt, während in der Station I nebst der Batterie auch der Leitungstheil x mit der Erde verbunden wird, wie dies in der folgenden Figur ersichtlich gemacht ist.

Die bei dieser Verbindung den Multiplikator G, den oberen Leitungstheil a, den Leitungskontakt z und den untern Leitungstheil x durchfliessende Stromstärke $S_{,}$ ist gleich:

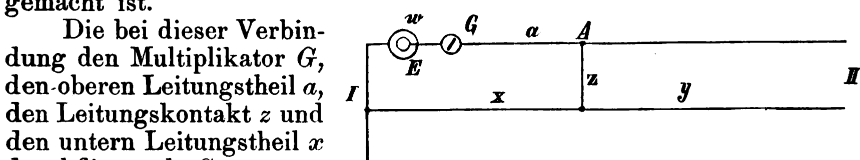


Fig. 17.

$$S_{,} = \frac{E}{w + G + a + z + x},$$

welcher gleichfalls am Multiplikator ein entsprechender Nadelausschlag zukommt. Ist dieser zweite Nadelausschlag grösser als der erste, so ist auch $S_{,} > S$; folglich auch

$$\frac{E}{w + G + a + z + x} > \frac{E}{w + G + a + z + y}.$$

Daraus folgt: $y > x$.

Die Berührung ist in diesem Falle der Station I näher gelegen.

Würde umgekehrt der erste Nadelausschlag grösser als der zweite sein, so würde in derselben Weise, da $S > S_{,}$ ist, resultiren: $x > y$, in welchem Falle die Berührung der Station II näher gelegen wäre.

Resultiren aber in beiden Fällen gleiche Nadelausschläge, so ist $S = S,$, und daher auch: $x = y$.

In diesem Falle liegt die Berührung in der Mitte des Widerstandes der Leitungen.

213. Hiezu werden drei Messungen ausgeführt.

Die erste Messung wird, wenn y grösser als x ist, nach der ersten der in voriger Aufgabe angeführten Figuren durchgeführt, und es folgt dabei für die Stromstärke:

$$S = \frac{E}{w + G + a + z + y} \quad \ldots \ldots \quad 1.$$

Zur Vornahme der zweiten Messung dient die folgende Figur:

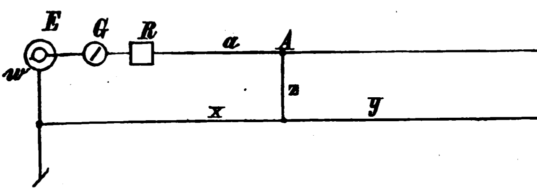


Fig. 18.

Der Rheostat R wird so eingestellt, dass der bei dieser Verbindung am Multiplikator G erhaltene Nadelausschlag jenem der ersten Messung gleich ist.

Ist dieses erreicht, dann sind auch die Stromstärken gleich.

Es ist daher:

$$S = \frac{E}{w + G + a + z + x + R} \quad \ldots \ldots \quad 2.$$

Die dritte Messung wird in der Weise ausgeführt, dass die untere Leitung in den beiden Stationen direkt mit der Erde verbunden wird, wie dies durch die folgende Figur ersichtlich gemacht ist.

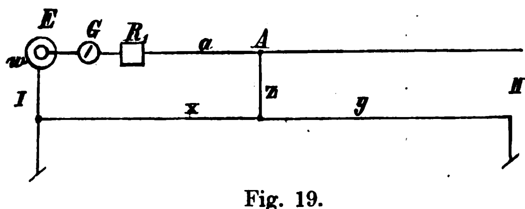


Fig. 19.

Vom Rheostaten $R,$ werden so viele Einheiten eingeschaltet, damit der hiebei am Multiplikator erhaltene Nadelausschlag jenem der beiden ersten Messungen gleich ist, weil dann auch die Ströme einander gleich sind.

Es ist daher, weil die beiden Leitungstheile x und y in diesem Falle als parallel geschaltet zu betrachten sind, deren Widerstand gleich $\frac{xy}{x + y}$ ist:

$$S = \frac{E}{w + G + R, + a + z + \frac{xy}{x + y}} \quad \ldots \ldots \quad 3.$$

Aus den Gleichungen 1 und 2 folgt:

$$y = R + x \quad \ldots \ldots \quad 4.$$

Die Gleichungen 1 und 3 ergeben:

$$y = R, + \frac{xy}{x + y} \quad \ldots \ldots \quad 5.$$

Wird der Werth von y aus der Gleichung 4 in jene 5 substituirt, so folgt:

$$R + x = R_{,} + \frac{x(R + x)}{R + 2x}.$$

Nach Wegschaffung des Nenners und Ordnen der Gleichung nach den Potenzen von x resultirt folgende unreine quadratische Gleichung:

$$x^2 + 2x(R - R_{,}) = RR_{,} - R^2$$

und daraus folgt:

$$x = R_{,} - R \pm \sqrt{R_{,}(R_{,} - R)} \ldots\ldots\ldots\ldots \text{I},$$

als Entfernung der Berührung von der Station I.

Wird dieser Werth von x in die Gleichung 4 substituirt, so erhält man:

$$y = R_{,} \pm \sqrt{R_{,}(R_{,} - R)} \ldots\ldots\ldots\ldots \text{II},$$

als Entfernung der Berührung von der Station II.

Von den vor den Wurzelgrössen stehenden Doppelzeichen sind die obern zu nehmen.

Sollte jedoch x grösser als y sein, so müsste die erste Messung nach der zweiten in voriger Aufgabe ersichtlich gemachten Figur durchgeführt werden.

214. Hiebei werden gleichfalls drei Messungen ausgeführt, während welchen die obere Leitung in der Station II isolirt, in der Station I aber mit dem Differential-Galvanometer verbunden bleibt.

Bei der ersten Messung wird die untere Leitung in der Station I isolirt, in der Station II aber mit der Erde direkt verbunden.

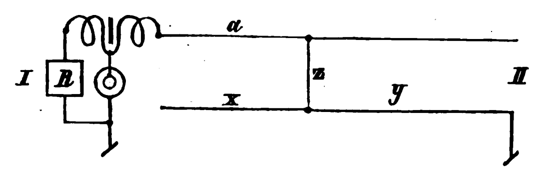


Fig. 20.

Der Rheostat R wird in der nebenstehenden Figur so eingestellt, dass die Nadel des Differential-Galvanometers auf Null zu stehen kommt.

Dann ist:

$$R = a + z + y \ldots\ldots\ldots\ldots 1.$$

Bei der zweiten Messung wird die untere Leitung in der Station II isolirt, in der Station I dagegen mit der Erde verbunden.

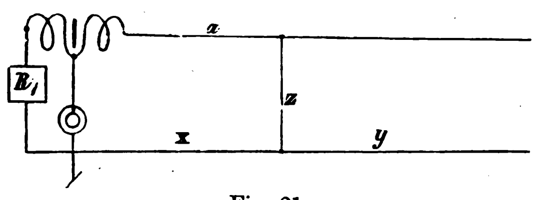


Fig. 21.

Wenn zur Erlangung des Gleichgewichtes am Differential - Galvanometer $R_{,}$ Rheostat-Einheiten angewendet wurden, so ist nach vorstehender Figur:

$$R_{,} = a + z + x \ldots\ldots\ldots\ldots 2.$$

Bei der dritten Messung wird die untere Leitung in den beiden Stationen direkt mit der Erde verbunden.

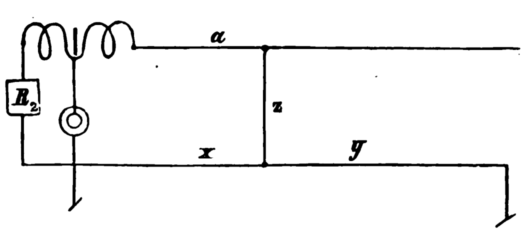


Fig. 22.

Da die beiden Leitungstheile x und y in diesem Falle als parallel geschaltete Leiter fungiren, deren Widerstand gleich $\frac{xy}{x+y}$ ist, so ist nach nebenstehender Figur, wenn vom Rheostaten R_2 Einheiten angewendet wurden, damit die Nadel des Differential-Galvanometers auf Null zu stehen kommt:

$$R_2 = a + z + \frac{xy}{x+y} \ldots\ldots\ldots\ldots 3.$$

Die Differenz der Gleichungen 1 und 2, sowie jener 1 und 3 ergibt:

$$R - R_, = y - x \ldots\ldots\ldots\ldots 4,$$

$$R - R_2 = \frac{y^2}{x+y} \ldots\ldots\ldots\ldots 5.$$

Aus der Gleichung 4 folgt:

$$x = y - R + R_, \ldots\ldots\ldots\ldots 6.$$

Wird dieser Werth von x in die Gleichung 5 substituirt, so folgt:

$$R - R_2 = \frac{y^2}{2y - R + R_,}.$$

Hieraus folgt:

$$y^2 - 2y(R - R_2) = (R - R_2)(R_, - R) \text{ und daraus:}$$

$$y = R - R_2 \pm \sqrt{(R - R_2)(R_, - R_2)} \ldots\ldots\ldots\ldots \text{I},$$

als Entfernung der Berührung von der Station II.

Aus dieser und der Gleichung 6 erhält man:

$$x = R_, - R_2 \pm \sqrt{(R - R_2)(R_, - R_2)} \ldots\ldots\ldots\ldots \text{II},$$

als Entfernung des Leitungskontaktes von der Station I.

Von den vor den Wurzelgrössen stehenden Doppelzeichen sind nur die obern zu nehmen.

Ist $R > R_{,,}$ so ist auch $y > x$.

Die Berührung ist in diesem Falle der Station I näher gelegen.

Ist aber $R_, > R$, so ist auch $x > y$.

In diesem Falle ist die Berührung der Station II näher gelegen.

Stellt sich bei diesen Messungen heraus, dass $R = R_,$ ist, so ist auch $x = y$.

Die Berührung liegt in diesem Falle in der Mitte des Widerstandes der Leitungen, und ist deren Entfernung von den beiden Stationen ausgedrückt durch:

$$x = y = 2(R - R_2) = 2(R_, - R_2).$$

215. Hiezu sind zwei Messungen nothwendig und wird angenommen, dass die Berührung der messenden Station I näher gelegen ist.

Die erste Messung wird nach Figur 23 durchgeführt, zu welchem Zwecke die obere Leitung in der Station I mit dem Multiplikator G verbunden, in der Station II dagegen isolirt wird.

Die untere Leitung wird in der Station I isolirt, in jener II dagegen mit der Erde verbunden.

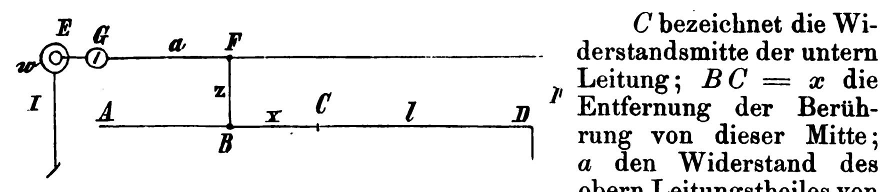


Fig. 23.

C bezeichnet die Widerstandsmitte der untern Leitung; $BC = x$ die Entfernung der Berührung von dieser Mitte; a den Widerstand des obern Leitungstheiles von der Station I bis zum Berührungspunkte F; z den Widerstand des Leitungskontaktes und $CD = AC = l$ den halben Widerstand der untern Leitung und w den Widerstand der Batterie.

Demzufolge ist $AB = l - x$ und $BD = l + x$.

Die hiebei durch den Multiplikator G, den Leitungstheil a, den Leitungskontakt z und den untern Leitungstheil $l + x$ zirkulirende Stromstärke S ist gleich:

$$S = \frac{E}{w + G + a + z + l + x},$$

welcher ein bestimmter Nadelausschlag am Multiplikator entspricht.

Zur zweiten Messung wird die untere Leitung in der Station II isolirt, in jener I dagegen mit der Erde verbunden, wie dies in folgender Figur angezeigt ist.

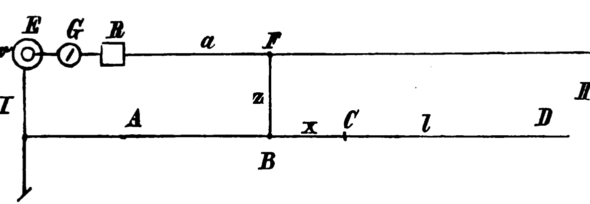


Fig. 24.

Da der Widerstand AB kleiner als BD ist, so wird in den Leitungstheil a behufs Erlangung gleicher Nadelausschläge resp. gleicher Stromstärken bei beiden Messungen ein Rheostat mit R Einheiten geschaltet.

Dann ist:

$$S = \frac{E}{w + G + R + a + z + l - x}.$$

Aus diesen zwei Gleichungen folgt:

$$2x = R \text{ und daher: } x = \frac{R}{2},$$

als Entfernung des Leitungskontaktes von der Mitte des Widerstandes der Leitungen.

216. Die Bezeichnungen bleiben dieselben wie in der vorigen Aufgabe.

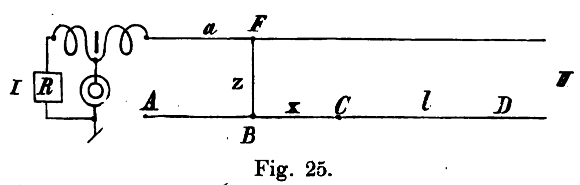


Fig. 25.

Die erste Messung ist durch die nebenstehende Figur anschaulich gemacht. Sobald der Rheostat R so eingestellt wurde, dass die Nadel des Differential-Galvanometers auf Null zeigt, ist:

$$R = a + z + l + x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1.$$

Die zweite Messung wird nach nebiger Figur ausgeführt:

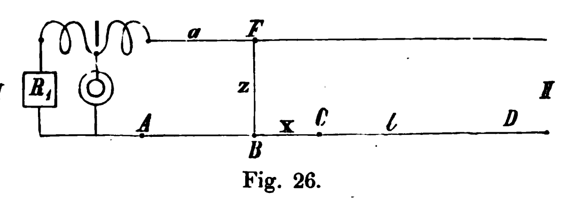


Fig. 26.

Durch Regulirung des Rheostaten $R,$ muss die Nadel des Differential-Galvanometers auf Null gebracht werden. Dann ist:

$$R, = a + z + l - x \quad\ldots\ldots\ldots 2.$$

Die Differenz der Gleichungen 1 und 2 ergibt:

$$2x = R - R, \text{ und daraus: } x = \frac{R - R,}{2},$$

als Entfernung des Leitungskontaktes von der Widerstandsmitte der Leitungen.

217. Die Untersuchung leitet die Station I, zu welchem Behufe sie einen Multiplikator G und eine Batterie vom Widerstande w in die ableitungsfreie Leitung L einschaltet und den andern Pol mit der Erde verbindet.

x und y sind die Widerstände der dies- und jenseits der Ableitung z gelegenen Theile der in Ableitung befindlichen zweiten Leitung und z ist der Widerstand der Ableitung selbst.

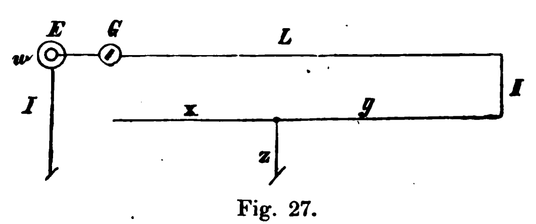


Fig. 27.

In der Station II werden beide Leitungen mit einander direkt verbunden, während der Leitungstheil x der zweiten Leitung in der Station I isolirt wird.

Der hiebei in der Leitung L, im Leitungstheil y und in der Ableitung z zirkulirende Strom S ist gleich:

$$S = \frac{E}{L + y + z + w + G},$$

welcher am Multiplikator G einen bestimmten Nadelausschlag hervorrufen wird.

Hierauf wird in der Station II die Leitung L mit der Erde direkt verbunden und der Leitungstheil y der zweiten Leitung isolirt, während in der Station I mit Ausschluss der Erde beide Leitungen durch die Batterie direkt verbunden werden, wie dies in Figur 28 ersichtlich gemacht ist.

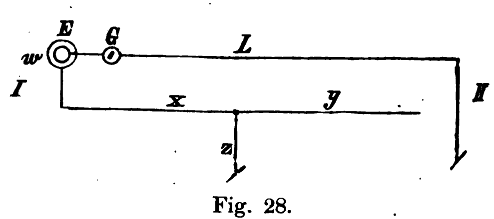


Fig. 28.

Der hiebei in der Leitung L, im Leitungstheil x und in der Ableitung z zirkulirende Strom $S,$ ist gleich:

$$S, = \frac{E}{L + G + w + x + z},$$

welcher gleichfalls am Multiplikator G einen seiner Stärke entsprechenden Nadelausschlag hervorrufen wird.

Erhält man in diesen Fällen gleiche Nadelausschläge, so ist, da gleichen Nadelablenkungen auch gleiche Stromstärken entsprechen, $S = S_{,,}$ oder auch:

$$\frac{E}{L + y + z + w + G} = \frac{E}{L + G + w + x + z}.$$

Hieraus folgt: $x = y$.

In diesem Falle liegt die Ableitung genau in der Mitte des Widerstandes der in Ableitung befindlichen Leitung.

Sind aber die Nadelausschläge verschieden, so ist die Ableitung der einen oder der andern Station näher gelegen.

Stellt sich bei dieser Untersuchung heraus, dass z. B. der, der Stromstärke S entsprechende Nadelausschlag grösser ist, als jener durch die Stromstärke $S_{,}$ hervorgebrachte, so ist, weil grössern Nadelausschlägen auch grössere Stromstärken entsprechen, S grösser als $S_{,}$; folglich:

$$\frac{E}{L + y + z + w + G} > \frac{E}{L + G + w + x + z}$$

und daher auch: $x > y$.

In diesem Falle ist die Ableitung der Station II näher gelegen.

Würde sich umgekehrt herausgestellt haben, dass der der Stromstärke $S_{,}$ entsprechende Nadelausschlag grösser ist, als jener der Stromstärke S entsprechende, so würde in ähnlicher Weise resultirt haben $y > x$, in welchem Falle die Ableitung der Station I näher gelegen wäre.

218. Diese Aufgabe, welche drei Messungen erfordert, lässt drei Lösungen zu, welche sich von einander nur durch die Art der dritten Messung unterscheiden, daher die zwei ersten Messungen allen gemeinschaftlich sind.

Die erste Messung wird nach nebenstehender Figur ausgeführt.

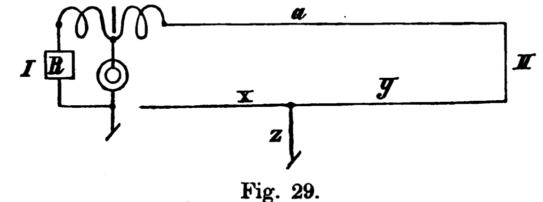


Fig. 29.

Wird der Rheostat R so eingestellt, dass die Nadel des Differential-Galvanometers auf Null zu stehen kommt, so ist:

$$R = a + y + z \quad \ldots \quad 1.$$

Zur Vornahme der zweiten Messung ist Figur 30 massgebend.

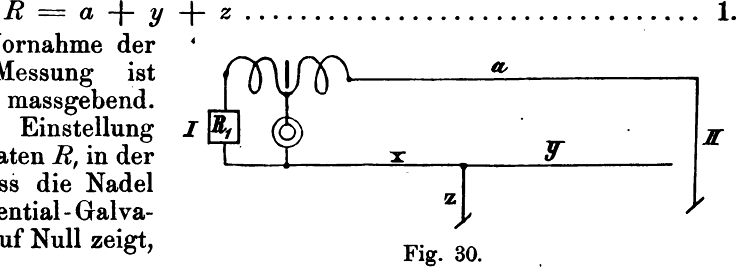


Fig. 30.

Nach Einstellung des Rheostaten $R_{,}$ in der Weise, dass die Nadel des Differential-Galvanometers auf Null zeigt, folgt:

$$R_{,} = a + x + z \quad \ldots \quad 2.$$

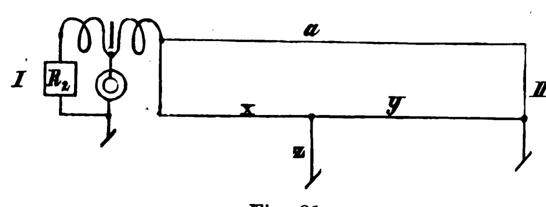


Fig. 31.

Erste Lösung. Hiefür ist nebenstehende Verbindung massgebend.

Durch Einstellung des Rheostaten R_2 muss die Nadel des Differential-Galvanometers auf Null gebracht werden. Dann folgt:

$$R_2 = \frac{ax(y+z) + ayz}{x(y+z) + yz + a(y+z)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 3.$$

Die Aufklärung bezüglich der Aufstellung dieser Gleichung ergibt sich aus folgender Betrachtung.

Weil der Strom in den beiden Leitungen von links nach rechts zirkulirt, so bilden der Leitungstheil y und die Ableitung z parallel geschaltete Leiter, deren Gesammtwiderstand gleich ist dem Produkte, getheilt durch die Summe derselben, daher gleich $\frac{yz}{y+z}$.

Hinter diesen Widerstand ist aber jener x geschaltet. Es ist daher der Widerstand der in Ableitung befindlichen Leitung gleich:

$$x + \frac{yz}{y+z} = \frac{x(y+z) + yz}{y+z}.$$

Nun ist diese Leitung zu jener a parallel geschaltet; folglich ist deren Gesammtwiderstand gleich:

$$\frac{\left(\frac{x(y+z)+yz}{y+z}\right)a}{\frac{x(y+z)+yz}{y+z} + a} = \frac{ax(y+z) + ayz}{x(y+z) + yz + a(y+z)},$$

wie dies auch in der Gleichung 3 angeführt wurde.

Aus der Gleichung 1 folgt:

$$y + z = R - a$$

$$z = R - a - y \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 4.$$

Werden diese Werthe von $y + z$ und z in die Gleichung 3 substituirt, so erhält man:

$$R_2 = \frac{ax(R-a) + ay(R-a-y)}{x(R-a) + y(R-a-y) + a(R-a)} \quad \ldots\ldots \quad 5.$$

Aus der Differenz der Gleichungen 1 und 2 geht hervor:

$$y - x = R - R_{,}$$

und daraus:

$$x = y - R + R_{,} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 6.$$

Wird dieser Werth von x in die Gleichung 5 eingesetzt, so folgt:

$$R_2 = \frac{a(R-a)(y-R+R_{,}) + ay(R-a-y)}{(R-a)(y-R+R_{,}) + y(R-a-y) + a(R-a)}.$$

Wird die angezeigte Multiplikation theilweise verrichtet, so folgt weiter:

$$R_2 = \frac{2ay(R-a) + a(R-a)(R_{,}-R) - ay^2}{2y(R-a) + (R-a)(R_{,}-R) - y^2 + a(R-a)}.$$

Wenn der Nenner weggeschafft und die Gleichung nach den Potenzen von y geordnet wird, so erhält man:

$$y^2(a - R_2) - 2y(R - a)(a - R_2) =$$
$$= (R - a)(R_, - R)(a - R_2) - aR_2(R - a).$$

Wird die Gleichung durch $(a - R_2)$ dividirt, so folgt, wenn im zweiten Theil derselben $(R - a)$ zum Faktor herausgenommen, im andern Faktor die angezeigte Multiplikation verrichtet und die nöthige Reduktion vorgenommen wird:

$$y^2 - 2y(R - a) = \frac{R - a}{a - R_2}(aR_, - aR - R_,R_2 + RR_2 - aR_2).$$

Aus dieser Gleichung resultirt für y folgender Werth:

$$y = R - a \pm \sqrt{(R - a)^2 + \frac{R - a}{a - R_2}(aR_, - aR - R_,R_2 + RR_2 - aR_2)}.$$

Wird die Grösse unter dem Wurzelzeichen auf gleiche Benennung gebracht, $\frac{R - a}{a - R_2}$ zum Faktor herausgenommen und die nothwendige Reduktion bewirkt, so resultirt für y folgender einfacherer Werth:

$$y = (R - a) \pm \sqrt{\frac{R - a}{a - R_2}(aR_, - a^2 - R_,R_2)} \ldots\ldots\ldots\ldots \text{I,}$$

als Entfernung der Ableitung von der Station II.

Um den Werth von x zu bestimmen, braucht man nur jenen von y aus der Gleichung I in jene 6 zu substituiren.

Es folgt daher:

$$x = R_, - a \pm \sqrt{\frac{R - a}{a - R_2}(aR_, - R_,R_2 - a^2)} \ldots\ldots\ldots\ldots \text{II,}$$

als Entfernung der Ableitung von der Station I.

Um die Grösse des Widerstandes z der Ableitung selbst zu bestimmen, kann entweder der Werth von y in die Gleichung 4, oder jener von x in die Gleichung 2 substituirt werden.

In beiden Fällen resultirt:

$$z = \mp \sqrt{\frac{R - a}{a - R_2}(aR_, - a^2 - R_,R_2)} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{III.}$$

Da der Widerstand z der Ableitung, falls er nicht gleich Null ist, stets einen positiven Werth haben muss, so folgt, dass von den in den Gleichungen I, II und III stehenden Doppelzeichen nur die untern zu nehmen sind.

Ist $R = R_{,,}$ dann ist $x = y$.

In diesem Falle befindet sich die Ableitung in der Mitte des Widerstandes der in Ableitung befindlichen Leitung.

Je nachdem $R \gtrless R_,$ ist, ist auch $y \gtrless x$, in welchen Fällen die Ableitung der Station I oder jener II näher gelegen ist.

Zweite Lösung. Bei dieser Lösung wird die dritte Messung nach Figur 32 ausgeführt.

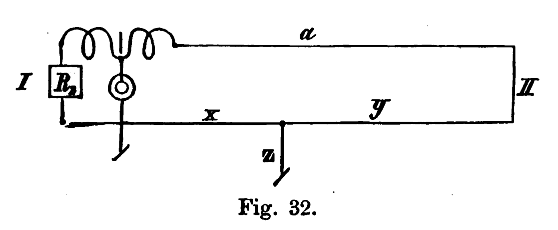


Fig. 32.

Wenn durch Regulirung des Rheostaten R_2 die Nadel des Differential-Galvanometers auf Null zurückgeführt wurde, so folgt:

$$R_2 = a + y + \frac{xz}{y + z} \dots\dots 3.$$

Aus den Gleichungen 1 und 2 folgt:

$$a + y = R - z \dots\dots 4,$$
$$x + z = R_{,} - a \dots\dots 5.$$

Werden diese zwei Werthe $a + y$ und $x + z$ in die Gleichung 3 substituirt, so folgt:

$$R_2 = R - z + \frac{xz}{R_{,} - a}.$$

Nach Wegschaffung des Nenners in dieser Gleichung erhält man:

$$R_2(R_{,} - a) = R(R_{,} - a) - z(R_{,} - a) + xz.$$

Daraus folgt:

$$z = \frac{(R_{,} - a)(R_2 - R)}{x - R_{,} + a}.$$

Bei Substituirung dieses Werthes in die Gleichung 5 folgt:

$$x + \frac{(R_{,} - a)(R_2 - R)}{x - R_{,} + a} = R_{,} - a.$$

Nach Wegschaffung des Nenners und Ordnen der Gleichung nach den Potenzen von x resultirt:

$$x^2 - 2x(R_{,} - a) = (R_{,} - a)(R - R_2) - (R_{,} - a)^2.$$

Hieraus folgt:

$$x = R - a \pm \sqrt{(R - a)^2 + (R_{,} - a)(R - R_2) - (R_{,} - a)^2}$$

oder nach erfolgter Reduktion innerhalb des Wurzelzeichens:

$$x = R - a \pm \sqrt{(R_{,} - a)(R - R_2)} \dots\dots \text{I},$$

als Entfernung der Ableitung von der Station I.

Die Differenz der Gleichungen 1 und 2 ergibt:

$$R - R_{,} = y - x, \text{ und: } y = R - R_{,} + x.$$

Wird in diese Gleichung der Werth von x aus der Gleichung I substituirt, so folgt:

$$y = 2R - R_{,} - a \pm \sqrt{(R_{,} - a)(R - R_2)} \dots\dots \text{II},$$

als Entfernung der Ableitung von der Station II.

Aus der Gleichung 5 folgt:

$$z = R_{,} - a - x.$$

Bei Substituirung des Werthes von x in diese Gleichung resultirt:

$$z = R_{,} - R \mp \sqrt{(R_{,} - a)(R - R_2)} \dots\dots \text{III},$$

als die Grösse des Widerstandes der Ableitung selbst.

Damit dieser Widerstand auch in jenem Falle einen reellen Werth erlange, wenn R grösser als $R_{,}$ ist, so geht hervor, dass von den in den Gleichungen I, II und III vorhandenen Doppelzeichen nur die untern Giltigkeit haben.

Ist $R = R_{,}$, dann ist $x = y$. In diesem Falle liegt die Ableitung in der Mitte des Widerstandes der Leitung.

Je nachdem $R \gtrless R_{,}$ ist, ist auch die Ableitung der Station I oder jener II näher gelegen.

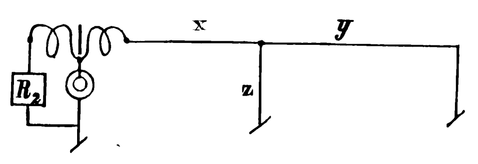


Fig. 33.

Dritte Lösung. Die dritte Messung wird nach Figur 33 ausgeführt.

Hiebei ist, wenn die Nadel des Differential-Galvanometers auf Null zurückgeführt wurde:

$$R_2 = x + \frac{yz}{y + z} \quad \ldots\ldots \quad 3.$$

Aus der Gleichung 1 folgt:

$$y + z = R - a.$$

$$z = R - a - y \quad \ldots\ldots \quad 4.$$

Bei Substituirung dieser Werthe von $y + z$ und z in die Gleichung 3 erhält man:

$$R_2 = x + \frac{y(R - a - y)}{R - a} \quad \ldots\ldots \quad 5.$$

Die Differenz der Gleichungen 1 und 2 ergibt:

$R - R_, = y - x$ und daraus:

$$x = y - R + R_, \quad \ldots\ldots \quad 6.$$

Wird dieser Werth von x in die Gleichung 5 substituirt, so folgt nach Wegschaffung des Nenners und Ordnen der Gleichung nach den Potenzen von y:

$y^2 - 2y(R - a) = (R - a)(R_, - R - R_2)$ und daraus:

$$y = R - a \pm \sqrt{(R - a)(R_, - R_2 - a)} \quad \ldots\ldots \quad I,$$

als Entfernung der Ableitung von der Station II.

Wird dieser Werth von y in die Gleichung 6 substituirt, so folgt:

$$x = R_, - a \pm \sqrt{(R - a)(R_, - R_2 - a)} \quad \ldots\ldots \quad II,$$

als Entfernung der Ableitung von der Station I.

Wird der Werth von y aus der Gleichung I in jene 4 substituirt, so folgt:

$$z = \mp \sqrt{(R - a)(R_, - R_2 - a)} \quad \ldots\ldots \quad III,$$

für die Grösse des Widerstandes der Ableitung selbst, woraus weiter hervorgeht, dass in den Gleichungen I, II und III von den Doppelzeichen nur die untern zu nehmen sind.

Die Ableitung liegt in der Mitte, wenn $R = R_,$ ist, weil dann auch $x = y$ ist.

Sie ist dagegen der Station I oder II näher gelegen, wenn $R \gtrless R_,$ ist.

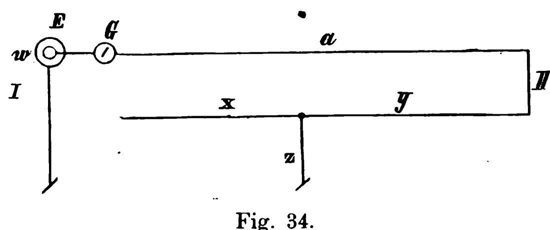


Fig. 34.

219. Hiebei wird, wie in Aufgabe 217 angegeben, zuerst praktisch ermittelt, ob die Ableitung dies- oder jenseits der Mitte des Widerstandes der Leitung gelegen, resp. ob der eine oder der andere am Multiplikator erhaltene Nadelausschlag grösser oder kleiner ist.

Hiezu sind zwei Messungen vorzunehmen nothwendig.

Die erste Messung findet nach Figur 34 statt.

Der bei dieser Verbindung den Multiplikator G, die Leitung a, den Leitungstheil y und die Ableitung z durchfliessende Strom S ist, wenn w den Widerstand der angewendeten Batterie bedeutet, gleich:

$$S = \frac{E}{w + G + a + y + z},$$

welchem ein bestimmter Nadelausschlag entspricht, der jedoch, da $y > x$ ist, kleiner ist als der bei der folgenden zweiten Messung erhaltene.

Wenn der Rheostat auf Null steht, so wird der bei dieser Verbindung am Multiplikator erhaltene Nadelausschlag grösser sein als bei der ersten Messung.

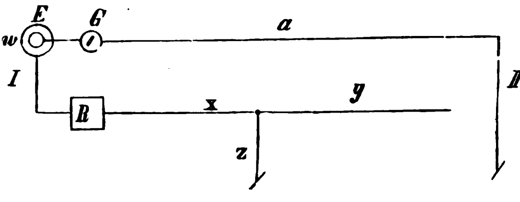


Fig. 35.

Um aber gleiche Nadelausschläge und demnach auch gleiche Stromstärken zu erlangen, müssen jetzt vom Rheostaten R so viele Einheiten eingeschaltet werden, als hiefür nothwendig sind. Dann ist auch:

$$S = \frac{E}{a + G + w + R + x + z}.$$

Aus diesen zwei Gleichungen ergibt sich:

$$\frac{E}{w + G + a + y + z} = \frac{E}{a + G + w + R + x + z}.$$

Daraus folgt nach Wegschaffung der Nenner und Vornahme der nöthigen Reduktionen:

$$y - x = R \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1.$$

Da der Widerstand W der in Ableitung befindlichen Leitung bekannt ist, so ist:

$$y + x = W \quad \ldots\ldots\ldots \quad 2.$$

Aus den Gleichungen 1 und 2 resultirt:

$$y = \frac{W + R}{2} \text{ und } x = \frac{W - R}{2}$$

als Entfernung der Ableitung von den Stationen II und I.

220. Hiebei werden zwei Messungen ganz in derselben Art wie die zwei ersten Messungen der Aufgabe 218 ausgeführt.

Unter Beibehaltung derselben Bezeichnungen erhält man:

$$R = a + y + z \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1,$$

$$R_{,} = a + x + z \quad \ldots\ldots\ldots \quad 2.$$

Die Differenz dieser zwei Gleichungen ergibt:

$$y - x = R - R_{,} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 3.$$

Der Widerstand der in Ableitung befindlichen Leitung ist gleich:

$$y + x = W.$$

Aus dieser und der Gleichung 3 folgt:

$$y = \frac{W + R - R_{,}}{2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{I},$$

und: $x = \frac{W - R + R_{,}}{2}$ .... II,

als Entfernung der Ableitung von den Stationen II und I.

Bei Substituirung des Werthes von y aus der Gleichung I in jene 1, oder des Werthes von x aus der Gleichung II in jene 2 folgt:

$$z = \frac{R + R_{,} - 2a - W}{2}$$

als die Grösse des Widerstandes der Ableitung selbst, für welchen Fall jedoch der Widerstand a der ableitungsfreien Leitung auch bekannt sein muss.

Hat sich bei diesen Messungen herausgestellt, dass $R = R_{,}$ ist, so folgt aus den Gleichungen I und II: $x = y = \frac{W}{2}$, in welchem Falle die Ableitung in der Mitte des Widerstandes der Leitung befindlich ist.

221. Hiezu sind zwei Messungen auszuführen nothwendig.

Die erste Messung ist durch die Figur 36 dargestellt.

C ist die Mitte des Widerstandes der in Ableitung befindlichen Leitung;

$CD = AC = l$ der halbe Widerstand derselben Leitung;

$BC = x$ die Entfernung der Ableitung von der Mitte C;

$BD = l + x$;

$AB = l - x$;

und w der Widerstand der Batterie.

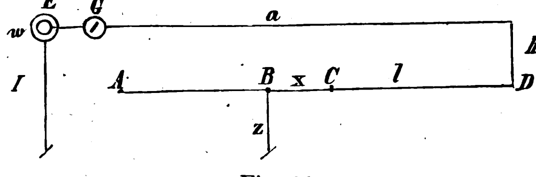


Fig. 36.

Nach der obigen Figur ist die den Multiplikator G, die Leitung a, den Leitungstheil $l + x$ und die Ableitung z durchfliessende Strom S gleich:

$$S = \frac{E}{w + G + a + l + x + z},$$

welchem eine bestimmte Nadelablenkung am Multiplikator entspricht.

Die zweite Messung wird nach Figur 37 durchgeführt.

Wenn der Rheostat R so eingestellt wurde, dass der Nadelausschlag des Multiplikators jenem bei der ersten Messung erhaltenen gleich ist, dann resultirt:

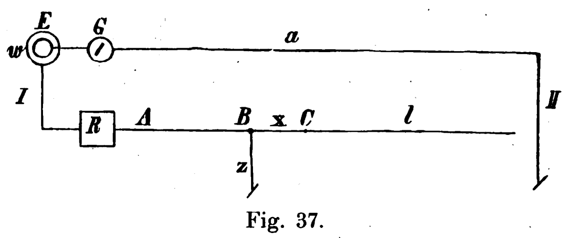


Fig. 37.

$$S = \frac{E}{z + l - x + R + w + G + a},$$

folglich ist:

$$\frac{E}{w + G + a + l + x + z} = \frac{E}{z + l - x + R + w + G + a}.$$

Daraus erhält man: $2\,x = R$ und $x = \frac{R}{2}$ als Entfernung der Ableitung von der Mitte des Widerstandes der Leitung.

222. Hiebei werden zwei Messungen ausgeführt.

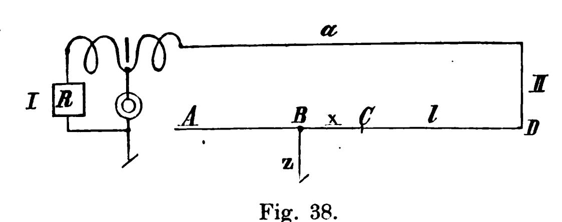


Fig. 38.

Aus der nach nebenstehender Figur vorzunehmenden ersten Messung folgt, wenn der Rheostat R so eingestellt wurde, dass die Nadel des Differential-Galvanometers auf Null zu stehen kommt:

$$R = a + l + x + z.$$

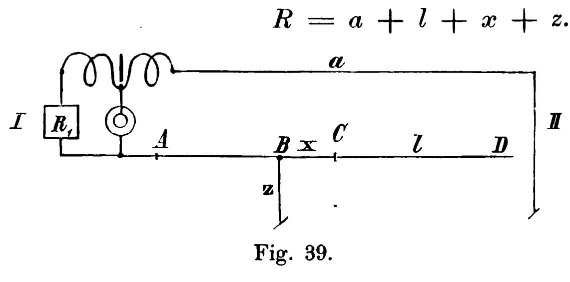


Fig. 39.

Zur Vornahme der zweiten Messung dient Figur 39.

Darnach ist, wenn die Nadel des Differential-Galvanometers durch Regulirung des Rheostaten $R,$ auf Null gebracht wurde:

$$R, = a + l - x + z.$$

Aus der Differenz dieser zwei Gleichungen erhält man:

$$2\,x = R - R, \text{ und daraus: } x = \frac{R - R,}{2}$$

als Entfernung der Ableitung von der Mitte des Widerstandes der Leitung.

Für $R = R,$ folgt: $x = 0$.

In diesem Falle ist die Ableitung in der Mitte der Leitung gelegen.

223. Nach den Ausführungen der Aufgabe 211 stehen die Spannungen der Elektrizitäten an den beiden Polen der Batterie im direkten Verhältniss zu den betreffenden Widerständen.

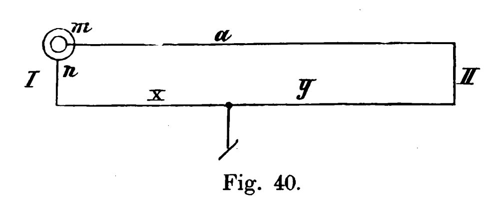


Fig. 40.

Zur Vornahme dieser Bestimmung werden beide Leitungen, u. z. in der Station II direkt, in jener I aber durch eine Batterie verbunden.

Bezeichnet a den Widerstand der ableitungsfreien und $x + y = l$ jenen der in Ableitung befindlichen Leitung, während der Widerstand der Ableitung gleich Null ist.

Misst man nun mittelst eines sehr empfindlichen Elektrometers die Spannungen an den beiden Polen der Batterie, und bezeichnet m jene am positiven, n aber jene am negativen Pole, so besteht die Proportion:

$$m : n = a + y : x \text{ oder: } m + n : n = a + y + x : x$$

$$(m + n)\,x = n\,(a + y + x).$$

Da $x + y = l$ ist, so folgt weiter:

$(m + n)\ x = n\ (a + l)$ und daraus: $x = \frac{n\ (a + l)}{m + n}$.

Wenn die Widerstände der beiden Leitungen gleich sind, so ist: $a = l$; dann ist:

$$x = \frac{2an}{m + n} \qquad \text{I.}$$

Ist bei dieser Untersuchung $m = n$ hervorgegangen, d. h. sind die Spannungen gleich, so ist: $x = a$.

In diesem Falle befindet sich der Erdschluss in der Station II.

Ist $n = \theta$, d. h. wenn die Spannung der Elektrizität am negativen Pole gleich Null ist, so folgt aus der Gleichung I: $x = \theta$, in welchem Falle der Erdschluss in der Station I vorhanden ist.

Ist $m = 3n$, so folgt aus der Gleichung I:

$$x = \frac{2an}{3n + n} = \frac{a}{2}.$$

In diesem Falle ist die Ableitung in der halben Leitung gelegen.

224. In derselben Weise geht man vor, wenn ein und dieselbe Leitung an zwei Punkten im vollkommenen Erdschluss steht, nur mit dem Unterschiede, dass die Messungen mit dem Elektrometer durch beide Stationen nach einander bewirkt werden.

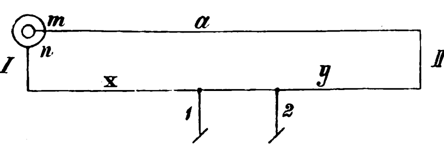


Fig. 41.

x bezeichnet die Entfernung der Ableitung 1 von der Station I und y jene der Ableitung 2 von der Station II.

m und n sind die Spannungen der Elektrizitäten in der Station I.

Es ist daher: $m : n = a + y : x$ oder:

$$mx = n(a + y) \qquad 1.$$

Die Messung, welche die Station II vorzunehmen hat, ist durch die nebenstehende Figur dargestellt, und bezeichnen p und q die Spannungen der Elektrizitäten an den Polen ihrer Batterie.

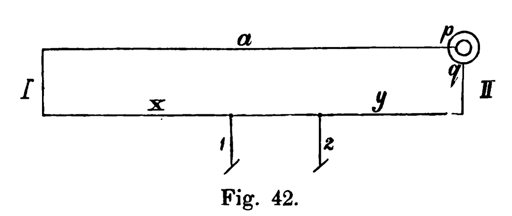


Fig. 42.

Es folgt daher ebenso wie oben: $p : q = a + x : y$ oder:

$$py = q(a + x) \qquad 2.$$

Aus der Gleichung 1 folgt:

$$x = \frac{n(a + y)}{m} \qquad 3.$$

Wird dieser Werth in die Gleichung 2 substituirt, so ist:

$$py = q\left(a + \frac{na + ny}{m}\right)$$

$$mpy = amq + anq + nqy$$

und daraus:

$$y = \frac{aq(m + n)}{mp - nq} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \text{I},$$

als Entfernung der Ableitung 2 von der Station II.

Wird dieser Werth von y in die Gleichung 3 eingesetzt, so erhält man:

$$x = \frac{n\left(a + \frac{aq(m + n)}{mp - nq}\right)}{m}$$

$$x = \frac{an(p + q)}{mp - nq} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \text{II},$$

als Entfernung der Ableitung 1 von der Station I.

Weil nicht voraus bestimmt werden kann, ob an einer Leitung ein oder mehrere Erdschlüsse vorhanden sind, so ist es nothwendig, dass unter allen Verhältnissen die Messungen durch beide Stationen vorgenommen werden.

Gibt die Summe der durch die Gleichungen I und II erlangten Resultate, also $x + y$ den bekannten Widerstand l der Leitung, so ist nur ein Erdschluss vorhanden.

Ist aber $x + y < l$, so sind wenigstens zwei Erdschlüsse vorhanden, und ist durch die Gleichungen I und II die Lage der äussersten bestimmt.

225. Nach Aufgabe 198 Gleichung α wird das elektrische Gleichgewicht nicht gestört, wenn die Bedingung erfüllt wird:

$$m(b + w) = n\,(a + v)$$

oder wenn die Widerstände der Batterien vernachlässigt werden:

$$mb = na \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \beta.$$

Aus dieser Gleichung lässt sich folgende Proportion aufstellen:

$$m : n = a : b \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \gamma.$$

Daraus folgt:

$$m : (m + n) = a : (a + b)$$
$$(m + n) : n = (a + b) : b.$$

Aus diesen Proportionen folgt, wenn für $a + b$ der bekannte Widerstand L der Leitung substituirt wird:

$$a = \frac{mL}{m + n} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \text{I},$$

$$b = \frac{n\,.\,L}{m + n} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \text{II}.$$

Durch die Gleichungen I und II ist die Entfernung der Ableitung von den Stationen I und II ausgedrückt.

Ist aber die Ableitung so situirt, dass das elektrische Gleichgewicht gestört, d. h. dass der Gleichgewichtsgleichung β nicht entsprochen wird, so ist der Nadelausschlag in dem einen Leitungstheile grösser, in dem andern dagegen kleiner als der normale, wie dies aus der Aufgabe 198 hervorgegangen ist.

Um die Lage der Ableitung bestimmen zu können, ist in erster Linie nothwendig, das elektrische Gleichgewicht herzustellen resp. die Nadelausschläge auf das normale Mass zurückzuführen.

Dies geschieht durch eine Aenderung in der Stärke der Batterien derart, dass in der Leitung dennoch dieselbe Zahl $m + n$ Batterien oder Elemente thätig wirken.

Es werden daher auf der einen Seite Elemente aus-, auf der andern dagegen zugeschaltet werden müssen.

Bezeichnet d diese Aenderung, so geht die Proportion γ in folgende über:

$$(m \pm d) : (n \mp d) = a : b.$$

Die obern Zeichen sind zu nehmen, wenn der Nadelausschlag im Leitungstheil b grösser als der normale ist, die untern, wenn der umgekehrte Fall eintritt.

Hieraus folgt:

$$(m \pm d) : (m + n) = a : (a + b) \text{ und daraus:}$$

$$a = \frac{L(m \pm d)}{m + n}$$

als Entfernung der Ableitung von der Station I.

In ähnlicher Weise findet man:

$$b = \frac{L(n \mp d)}{m + n}$$

als Entfernung der Ableitung von der Station II.

Auf dieselbe Art findet man, wenn an den Endpunkten der Leitung gleich starke Batterien geschaltet waren:

$$a = \frac{L(m \pm d)}{2m}, \quad b = \frac{L(m \mp d)}{2m}.$$

226. *a)* Wenn ein Element oder eine Batterie von der elektromotorischen Kraft E und vom zu bestimmenden Widerstande x durch einen Rheostaten R und durch ein Galvanometer vom Widerstande G geschlossen wird, so ist die Stromstärke S bei einem bestimmten Ausschlag der Nadel gleich:

$$S = \frac{E}{x + R + G} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1.$$

Dies ist die Grundgleichung für die folgenden drei Lösungen.

Erste Lösung. Nun wird der Rheostat zum Galvanometer G parallel geschaltet und so regulirt, dass der durch das Galvanometer gehende Zweigstrom einen dem ursprünglichen Strome S gleichen Nadelausschlag hervorbringt.

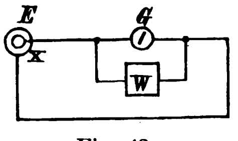


Fig. 43.

Wenn W diesen regulirten Widerstand bedeutet, so ist in der vorstehenden Figur nach Aufgabe 182:

$$S = \frac{E\,W}{x(G + W) + G\,W}.$$

Daher auch:

$$\frac{E}{x + R + G} = \frac{E\,W}{x(G + W) + G\,W}.$$

Daraus folgt für den Widerstand des Elements:

$$x = \frac{W \,.\, R}{G} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{I.}$$

Ist $W = G$, so ist direkt: $x = R$.

Es wird daher zum Galvanometer G zuerst ein diesem gleicher Widerstand des Rheostaten geschaltet und der Nadelausschlag beobachtet. Hierauf wird der Rheostat hinter das Galvanometer geschaltet und so eingestellt, dass ein dem frühern gleicher Nadelausschlag erzielt wird. Die Grösse dieses neu eingestellten Rheostaten gibt dann direkt den Widerstand des Elements an.

Bestimmung des Widerstandes des Galvanometers. Sollte der Widerstand G nicht bekannt sein, so wird derselbe in der Weise bestimmt, dass man hinter denselben einen bekannten Widerstand a, welcher jedoch kleiner als R sein muss, schaltet, und den zu diesen beiden Widerständen $G + a$ parallel geschalteten Rheostaten wieder so regulirt, dass ist:

$$S = \frac{E}{x + R + G} = \frac{E\,W_{,}}{x(G + a + W_{,}) + (G + a)\,W_{,}},$$

wobei $W_{,}$ den neueingestellten Widerstand des Rheostaten bedeutet.

Hieraus folgt: $x = \frac{(R - a)\,W_{,}}{G + a}$.

Damit x bestimmt werden könne, muss der Zähler der vorstehenden Gleichung positiv sein, was dann eintrifft, wenn, wie bereits gesagt, der einzuschaltende Widerstand a kleiner als der in der Gleichung 1 angewendete Widerstand R ist.

Aus dieser und aus der Gleichung I resultirt für G:

$$G = \frac{a\,R\,W}{R\,W_{,} - R\,W - a\,W_{,}}.$$

Bei Substituirung dieses Werthes in die Gleichung I folgt weiter für den Widerstand des Elements:

$$x = \frac{R\,W_{,} - R\,W - a\,W_{,}}{a}$$

unabhängig vom Widerstande des Galvanometers.

Zweite Lösung. Hiebei wird zum Galvanometer G ein bekannter Widerstand r parallel geschaltet und der an seiner Stelle verbliebene Rheostat so lange regulirt, bis der durch das Galvanometer gehende Zweigstrom an demselben die gleiche Ablenkung hervorbringt, wie früher der unverzweigte Strom.

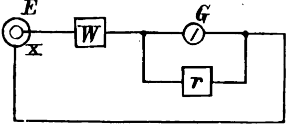


Fig. 44.

Bezeichnet in Figur 44 W den neu eingestellten Rheostat-Widerstand, so ist:

$$S = \frac{E}{x + R + G} = \frac{E\,r}{(x + W)(G + r) + r\,G},$$

und daraus:

$$x = \frac{r\,(R - W)}{G} - W \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{I.}$$

Ist $G = r$, so ist: $x = R - 2\,W$.

Bestimmung des Galvanometerwiderstandes. Sollte dieser nicht bekannt sein, so wird noch eine dritte Messung in der Weise durchgeführt, dass man zum Galvanometer G statt des Widerstandes r

einen andern bekannten $r_{,}$ parallel schaltet und vom Rheostaten $W_{,}$ Einheiten nimmt, dann ist:

$$\frac{E}{x + R + G} = \frac{E r_{,}}{(x + W_{,})(G + r_{,}) + G r_{,}},$$

woraus folgt:

$$x = \frac{r_{,}(R - W_{,})}{G} - W_{,} \dots\dots\dots\dots \text{II.}$$

Aus dieser und der Gleichung I folgt für den Widerstand des Galvanometers:

$$G = \frac{r(R - W) - r_{,}(R - W_{,})}{W - W_{,}}.$$

Bei Substituirung dieses Werthes in die Gleichung I oder II resultirt für den Widerstand des Elements unabhängig vom Widerstande des Galvanometers:

$$x = \frac{r_{,} W(R - W_{,}) - r W_{,}(R - W)}{r(R - W) - r_{,}(R - W_{,})}.$$

Dritte Lösung. Hier wird ein bekannter Widerstand r zum Rheostaten und zum Galvanometer parallel geschaltet.

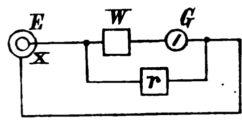


Fig. 45.

Wurden vom Rheostaten W Einheiten verwendet, um diesen Ausschlag der Galvanometernadel dem ersten durch die Gleichung 1 bedingten gleich zu machen, so ist:

$$S = \frac{E}{x + R + G} = \frac{E r}{x(W + G + r) + r(W + G)}.$$

Daraus folgt für den Widerstand des Elements:

$$x = \frac{r(R - W)}{W + G} \dots\dots\dots\dots \text{I.}$$

Ist $r = W + G$, so ist: $x = R - W$.

Man wird daher bei der Bestimmung des Widerstandes des Elements nach dieser Methode am einfachsten vorgehen, wenn man bei zuerst erfolgter Parallelschaltung der gleichgemachten Widerstände r und $W + G$ den Nadelausschlag beobachtet, hierauf den Widerstand r ausschaltet und den Rheostatwiderstand W auf jenen R bringt, welcher einen gleichen Ausschlagswinkel hervorruft.

Dann ist die Differenz dieses Widerstandes R und jenes W der gesuchte Widerstand x des Elements.

Bestimmung des Widerstandes des Galvanometers. Sollte der Widerstand G nicht bekannt sein, so bestimmt man ihn bei dieser Vorgangsweise dadurch, dass man zur Parallelschaltung einen andern Widerstand $r_{,}$ verwendet, wodurch auch zur Erlangung gleicher Ausschlagswinkel ein anderer Rheostatwiderstand $W_{,}$ erforderlich ist.

Es ist daher:

$$S = \frac{E}{x + R + G} = \frac{E r_{,}}{x(W_{,} + G + r_{,}) + r_{,}(W_{,} + G)}.$$

Daraus folgt:

$$x = \frac{r_{,}(R - W_{,})}{W_{,} + G} \dots\dots\dots\dots \text{II.}$$

Aus dieser und aus der Gleichung I folgt für den Widerstand des Galvanometers:

$$G = \frac{r W_{,}(R - W) - r_{,} W(R - W_{,})}{r_{,}(R - W_{,}) - r(R - W)}.$$

Wird dieser Werth in die Gleichung I oder II substituirt, so folgt für den Widerstand des Elements unabhängig vom Galvanometerwiderstande:

$$x = \frac{r_{,}(R - W_{,}) - r(R - W)}{W_{,} - W}.$$

b) Bei dieser Methode wird in den ungetheilten Schliessungskreis nebst dem Rheostaten R und dem Galvanometer G noch ein bekannter Widerstand r gebracht. Hiebei ist der Stromstärke S bei einem bestimmten Nadelausschlag gleich:

$$S = \frac{E}{x + R + G + r}.$$

Dies ist die Grundgleichung für die zwei folgenden Lösungen nach dieser Methode.

Erste Lösung. Der Widerstand r wird herausgenommen, und zum Galvanometer G parallel geschaltet ganz so, wie bei der vorigen zweiten Lösung.

Wenn vom Rheostaten W Einheiten angewendet wurden, um einen dem ersten gleichen Nadelausschlag zu erhalten, so ist:

$$S = \frac{E}{x + R + G + r} = \frac{Er}{(x + W)(r + G) + rG}.$$

Daraus folgt für den Widerstand des Elements:

$$x = \frac{r^2 + rR - rW - GW}{G} = \frac{r(r + R) - W(r + G)}{G}.$$

Ist $G = r$, dann ist: $x = r + R - 2W$.

Soll aber trotz erfolgter Parallelschaltung des Widerstandes r am Rheostaten R keine Aenderung vorgenommen werden, und sollen dennoch die Ausschlagswinkel in beiden Fällen gleich sein, so ist:

$$S = \frac{E}{x + R + G + r} = \frac{Er}{(x + R)(r + G) + rG}.$$

Hieraus folgt für den Widerstand des Elements:

$$x = \frac{r^2}{G} - R.$$

Ist $r = G$, so ist:

$$x = r - R \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad a.$$

Zweite Lösung. Hiebei wird der Widerstand r zum Rheostaten und zum Galvanometer parallel geschaltet, wie bei der vorigen dritten Lösung.

Wenn W Rheostat-Einheiten zur Erlangung gleicher Ausschlagswinkel angewendet wurden, so ist:

$$S = \frac{E}{x + R + G + r} = \frac{Er}{x(W + G + r) + r(W + G)}$$

und hieraus für den Widerstand des Elements:

$$x = \frac{r(R - W + r)}{W + G}.$$

227. In einen von den beiden Leitern b oder c, z. B. in b wird ein Multiplikator vom Widerstande G geschaltet, und dann $c = b + G$ gemacht. Hierauf werden diese Widerstände c und $b + G$ in den Stromkreis abwechselnd parallel und hinter einander geschaltet, und der Widerstand a allmählig so eingestellt, dass in beiden Fällen gleiche Stromstärken, resp. am Multiplikator gleiche Nadelablenkungen erhalten werden.

Ist dies erreicht, dann ist nach Aufgabe 190:

$$a + w = b + G = c$$

und hieraus folgt für den Widerstand des Elements oder der Batterie:

$$w = b + G - a = c - a.$$

Ist $b = 0$ und $G = c$, dann ist: $w = G - a = c - a$.

Dieser Fall ist mit dem in voriger Aufgabe *b)* Erste Lösung (Gleichung α) behandelten identisch.

228. Wenn in eine Diagonale der Wheatstone'schen Brücke ein Element, dessen Widerstand x bestimmt werden soll, geschaltet wird, so heben sich die Stromwirkungen in der andern Diagonale auf, wenn die Produkte der gegenüberliegenden Seiten einander gleich sind.

a, b, c und d sind die Widerstände der Seiten; x ist der Widerstand des in einer Diagonale geschalteten Elements;

B ist ein in der andern Diagonale geschaltetes Galvanometer, welches die Einstellung des Gleichgewichtes ermöglichen soll;

g ist ein daselbst geschalteter Rheostat.

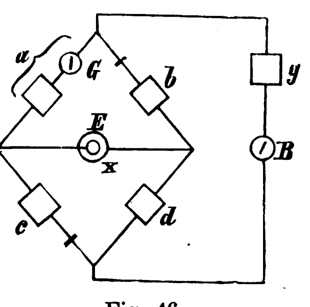


Fig. 46.

Unter der Bedingung:

$$a d = b c \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \alpha$$

zirkulirt in der Seite a, welche einen Multiplikator G enthält, ein Strom, dessen Stärke nach Aufgabe 204 ausgedrückt ist durch:

$$S = E \frac{c + d}{x(a + b + c + d) + (a + b)(c + d)}$$

und welcher am Multiplikator G einen bestimmten Nadelausschlag hervorruft.

Nun werden die Seiten b und c unterbrochen, — was mittelst eines Doppeltasters geschehen kann, — die Boussole B aus der andern Diagonale ausgeschaltet, und der Rheostat g so eingestellt, dass am Galvanometer G derselbe Nadelausschlag hervorgerufen wird.

Dann ist:

$$S = E \frac{c + d}{x(a + b + c + d) + (a + b) c + d)} = \frac{E}{x + a + g + d}.$$

Daraus folgt für den Widerstand des Elements:

$$x = \frac{c + d}{a + b} (g + d - b).$$

Substituirt man den aus der Gleichung α für c resultirenden Werth $\frac{a d}{b}$ in diese Gleichung, so erhält man für den Widerstand des Elements folgenden einfacheren Werth: $x = \frac{d}{b} (g + d - b)$.

Macht man $d = b$, so folgt aus der Gleichung α auch $a = c$, und es resultirt für x direkt: $x = g$.

Dasselbe Resultat erhält man auch, wenn $a = b = c = d$ angenommen wird, resp. wenn die vier Seiten der Wheatstone'schen Brücke gleich gemacht werden, wodurch überdies diese Methode an Einfachheit sehr gewinnt.

III.

BESTIMMUNG DER STROMSTÄRKE, DES WIDERSTANDES GALVANISCHER ELEMENTE UND ANDERER LEITER MITTELST DER TANGENTEN- UND SINUS-BOUSSOLE.

229. Im direkten Verhältniss, so dass die trigonometrische Tangente des Ausschlagswinkels resp. Ablenkungswinkels als Mass für die Stromstärke angenommen wird.

230. Im direkten Verhältniss und wird der Sinus des Ablenkungswinkels direkt als Mass für die Stromstärke angenommen.

231. Im direkten Verhältniss zu den Tangenten der von ihnen hervorgerufenen Ablenkungswinkel, daher: $s : S =$ tang. v^0 : tang. V^0.

232. tang. $30^0\ 5' = 0,5793$; tang. $60^0\ 5' = 1,7379$; daher:

$$s : S = 0,5793 : 1,7359;\ \text{oder: } \frac{S}{s} = \frac{1,7379}{0,5793} = 3.$$

Die Stromstärke, welche an der Tangentenboussole den Ausschlagswinkel von $60^0\ 5'$ hervorruft, ist 3mal grösser als jene, welche einen Ausschlagswinkel von $30^0\ 5'$ hervorbringt.

233. tang. $15^0\ 45' = 0,2820$; tang. $49^0\ 15' = 1,1606$. Folglich ist:

$$s : S = 0,2820 : 1,1606;\ \text{daher: } \frac{S}{s} = \frac{1,1606}{0,2820} = 4,1156.$$

234. Da die Stromstärken den Sinus der Ablenkungswinkel proportional sind, so ist: $s : S =$ sin. v^0 : sin. V^0.

235. sin. $40^0\ 30' = 0,6494$; sin. $59^0\ 30' = 0,8616$. Daher ist:

$$s : S = 0,6494 : 0,8616;\ \text{folglich: } \frac{S}{s} = \frac{0,8616}{0,6494} = 1,33.$$

236. sin. $30^0 = 0,5000$; sin. $60^0\ 12' = 0,8678$. Daher:

$$s : S = 0,5000 : 0,8678\ \text{und: } \frac{S}{s} = \frac{0,8678}{0,5000} = 1,7356.$$

237. Wird in der Aufgabe 231 $v^0 = 45^0$ und die diesem Ausschlagswinkel entsprechende Stromstärke $s = 1$ angenommen, so folgt, da tang. $45^0 = 1$ ist: $S =$ tang. V^0.

238. Da tang. $25^0\ 12' = 0,4706$, so ist auch $S = 0,4706$.

239. $S = 5,3955$.

240. Aus der Aufgabe 234 folgt, wenn $s = 1$ und sin. $v^0 =$ sin. $90^0 = 1$ gesetzt wird: $S =$ sin. V^0.

241. $S = 0,9483$.

242. $S = 0{,}5$; d. h. der Strom, welcher an der Sinusboussole einen Ausschlagswinkel von 30^0 hervorruft, ist halb so stark als jener, welcher einen Ausschlagswinkel von 90^0 hervorbringt.

243. Die erste Stromstärke ist tang. $v^0 = \frac{E}{r}$;

die zweite Stromstärke ist: tang. $x^0 = \frac{E}{r + l}$;

daher: tang. v^0 : tang. $x^0 = \frac{E}{r} : \frac{E}{r + l} = r + l : r$

und daraus: tang. $x^0 = \frac{r \text{ tang. } v^0}{r + l}$.

Da auf diese Weise die trigonometrische Tangente des gesuchten Winkels bestimmt wurde, so lässt sich auch der Winkel aus der rückwärtigen Tafel leicht ermitteln.

244. tang. $x^0 = \frac{4 \,.\, 1{,}8807}{4 + 10} = 0{,}5373$; daher auch: $x = 28^0\ 15'$.

245. tang. $x^0 = \frac{4 \,.\, 1{,}8807}{100} = 0{,}0752$; daher: $x = 4^0\ 18'$.

246. Die erste Stromstärke ist: tang. $V^0 = \frac{E}{r}$;

die zweite Stromstärke ist: tang. $v^0 = \frac{E}{r + x}$;

daher auch: tang. V^0 : tang. $v^0 = \frac{E}{r} : \frac{E}{r + x} = r + x : r$,

tang. V^0 — tang. v^0 : tang. $v^0 = x : r$

und daraus für den Widerstand: $x = \frac{r(\text{tang. } V^0 - \text{tang. } v^0)}{\text{tang. } v^0}$.

247. $x = \frac{4(2{,}6051 - 0{,}1944)}{0{,}1944} = 49{,}6$.

248. Die erste Stromstärke ist: tang. $v^0 = \frac{E}{r + l}$;

die zweite Stromstärke ist: $\frac{\text{tang. } v^0}{2} = \frac{E}{r + l + x}$;

daraus folgt: $\frac{E}{r + l} = \frac{2E}{r + l + x}$, folglich: $x = r + l$.

249. Die erste Stromstärke ist: tang. $v^0 = \frac{E}{r + l}$;

die zweite Stromstärke ist: 2 tang. $v^0 = \frac{E}{r + l - x}$;

folglich: $\frac{2E}{r + l} = \frac{E}{r + l - x}$; und daraus: $x = \frac{r + l}{2}$.

250. Die erste Stromstärke ist: sin. $v^0 = \frac{E}{r + l}$;

die zweite Stromstärke ist: sin. $x^0 = \frac{E}{r + l + l_\prime}$;

folglich: $\sin. v^0 : \sin. x^0 = \frac{E}{r+l} : \frac{E}{r+l+l_,}$,

oder: $\sin. v^0 : \sin. x^0 = r + l + l_, : r + l$

und daraus: $\sin. x^0 = \frac{(r+l)\sin. v^0}{r+l+l_,}$.

Da der Sinus des gesuchten Winkels auf diese Weise bestimmt wurde, so lässt sich der Winkel selbst aus der rückwärtigen Tafel leicht bestimmen.

251. $\sin. x = \frac{(4+20)\ .\ 0{,}6428}{4+20+30} = 0{,}2857$; daher $x = 16^0\ 36'$.

252. Die erste Stromstärke ist: $\sin. V^0 = \frac{E}{r+l}$;

die zweite Stromstärke ist: $\sin. v^0 = \frac{E}{r+l+x}$; folglich:

$\sin. V^0 : \sin. v^0 = \frac{E}{r+l} : \frac{E}{r+l+x} = r + l + x : r + l$;

daher auch: $\sin. V^0 - \sin. v^0 : \sin. v^0 = x : r + l$;
und daraus für den gesuchten Widerstand:

$$x = \frac{(r+l)(\sin. V^0 - \sin. v^0)}{\sin. v^0}.$$

253. $\sin. 40^0 = 0{,}6428$; $\sin. 16^0\ 36' = 0{,}2857$; daher:

$$x = \frac{(4+20)(0{,}6428 - 0{,}2857)}{0{,}2857} = 30.$$

254. Die erste Stromstärke ist: $\sin. V^0 = \frac{E}{r+l}$;

die zweite Stromstärke ist: $\frac{\sin. V^0}{2} = \frac{E}{r+l+x}$;

daher ist: $\frac{E}{r+l} = \frac{2E}{r+l+x}$; und daraus: $x = r + l$.

255. Die erste Stromstärke ist: $\sin. V^0 = \frac{E}{r+l}$;

die zweite Stromstärke ist: $2 \sin. V^0 = \frac{E}{r+l-x}$;

folglich ist: $\frac{2E}{r+l} = \frac{E}{r+l-x}$; und daraus: $x = \frac{r+l}{2}$.

256. Die erste Stromstärke ist: $\tang. v^0 = \frac{mE}{mr+l}$;

die zweite Stromstärke ist: $\tang. x^0 = \frac{nE}{nr+l}$;

folglich: $\tang. v^0 : \tang. x^0 = \frac{mE}{mr+l} : \frac{nE}{nr+l}$;

oder $\tang. v^0 : \tang. x^0 = m(nr+l) : n(mr+l)$;

daraus folgt: $\tang. x^0 = \frac{n(mr+l)\tang. v^0}{m(nr+l)}$.

257. $\text{tang.}\, x^0 = \dfrac{10\,(21 + 70)\;.\;0{,}5317}{6\,(35 + 70)} = 0{,}7680$; daher: $x = 37^0\, 31{,}5'$.

258. Die erste Stromstärke ist: $\sin.\ v^0 = \dfrac{mE}{mr + l}$;

die zweite Stromstärke ist: $\sin.\ x^0 = \dfrac{nE}{nr + l}$;

daher: $\sin.\ v^0 : \sin.\ x^0 = \dfrac{mE}{mr + l} : \dfrac{nE}{nr + l}$;

daraus: $\sin.\ x^0 = \dfrac{n\,(mr + l)\,\sin.\ v^0}{m\,(nr + l)}$.

259. $\sin.\ x^0 = \dfrac{6\,(16 + 20)\;.\;0{,}4617}{4\,(24 + 20)} = 0{,}5662$; daher: $x = 34^0\, 29'$.

260. Die erste Stromstärke ist: $\text{tang.}\ v^0 = \dfrac{mE}{mr + l}$;

die zweite Stromstärke ist: $\text{tang.}\ x^0 = \dfrac{nE}{nr + l,}$;

folglich: $\text{tang.}\ v^0 : \text{tang.}\ x^0 = \dfrac{mE}{mr + l} : \dfrac{nE}{nr + l,}$;

und daraus: $\text{tang.}\ x^0 = \dfrac{n\,(mr + l)\,\text{tang.}\ v^0}{m\,(nr + l,)}$.

261. $\text{tang.}\, x^0 = \dfrac{8\,(21 + 70)\;.\;0{,}5317}{6\,(28 + 100)} = 0{,}5040$; daher: $x = 26^0\, 45'$.

262. Die erste Stromstärke ist: $\text{tang.}\ v^0 = \dfrac{mE}{mr + l}$;

die zweite Stromstärke ist: $\text{tang.}\ x^0 = \dfrac{(m \pm n)\,E}{r\,(m \pm n) + l}$;

wovon das obere der Doppelzeichen die Vermehrung, das untere dagegen die Verminderung der Elementenzahl anzeigt.

Daher ist:

$\text{tang.}\ v^0 : \text{tang.}\ x^0 = \dfrac{mE}{mr + l} : \dfrac{(m \pm n)\,E}{(m \pm n)\,r + l}$; und daraus folgt:

$$\text{tang.}\ x^0 = \frac{(m \pm n)\,(mr + l)\ \text{tang.}\ v^0}{mr\,(m \pm n) + ml}.$$

263. Für die Vermehrung der Elementenzahl ist:

$$\text{tang.}\ x^0 = \frac{(6 + 3)\,(21 + 40)\;.\;0{,}8098}{21\,(6 + 3) + 240} = 1{,}0363;$$

folglich: $x = 46^0\ 1{,}3'$.

Für die Verminderung der Elementenzahl ist:

$$\text{tang.}\ x^0 = \frac{(6 - 3)\,(21 + 40)\;.\;0{,}8098}{21\,(6 - 3) + 240} = 0{,}4891;$$

daher: $x = 26^0\ 4'$.

264. Die erste Stromstärke ist: $\sin.\ v^0 = \dfrac{mE}{mr + l}$;

die zweite Stromstärke ist: $\sin.\ x^0 = \dfrac{nE}{nr + l,}$; daher:

$$\sin. v^0 : \sin. x^0 = \frac{mE}{mr + l} : \frac{nE}{nr + l,}; \text{ woraus folgt:}$$

$$\sin. x^0 = \frac{n(mr + l) \sin. v^0}{m(nr + l,)}.$$

265. $\sin. x^0 = \frac{7(20 + 80) . 0,6428}{5(28 + 100)} = 0,7030$; daher: $x = 44^0 40'$.

266. Die erste Stromstärke ist: $\sin. v^0 = \frac{mE}{mr + l}$;

die zweite Stromstärke ist: $\sin. x^0 = \frac{(m \pm n)E}{(m \pm n)r + l}$;

wovon das obere Zeichen die Vermehrung, das untere dagegen die Verminderung der Elementenzahl bedeutet.

Es ist daher:

$$\sin. v^0 : \sin. x^0 = \frac{mE}{mr + l} : \frac{(m \pm n)E}{(m \pm n)r + l}; \text{ und daraus:}$$

$$\sin. x^0 = \frac{(m \pm n)(mr + l) \sin. v^0}{mr(m \pm n) + ml}.$$

267. Für die Vermehrung der Elemente folgt:

$$\sin. x^0 = \frac{(5 + 3)(20 + 80) . 0,6428}{20(5 + 3) + 400} = 0,9182; \text{ daher: } x = 66^0 40'.$$

Für die Verminderung folgt:

$$\sin. x^0 = \frac{(5 - 3)(20 + 80) . 0,6428}{20(5 - 3) + 400} = 0,2922; \text{ daher: } x = 16^0 59,3'.$$

268. Die erste Stromstärke ist: $\text{tang. } v^0 = \frac{mE}{mr + l}$;

die zweite Stromstärke ist: $\text{tang. } V^0 = \frac{xE}{xr + l}$; folglich auch:

$$\text{tang } v^0 : \text{tang. } V^0 = \frac{mE}{mr + l} : \frac{xE}{xr + l} = m(xr + l) : x(mr + l)$$

$$x(mr + l) \text{ tang. } v^0 = xmr \text{ tang. } V^0 + ml \text{ tang. } V^0$$

und daraus für die gesuchte Elementenzahl:

$$x = \frac{ml \text{ tang. } V^0}{(mr + l) \text{ tang } v^0 - mr \text{ tang. } V^0}.$$

269. $\text{tang. } V^0 = \text{tang. } 28^0 19' = 0,5388$,
$\text{tang. } v^0 = \text{tang. } 21^0 30' = 0,3939$,

$$x = \frac{600 . 0,5388}{(24 + 100) . 0,3939 - 24 . 0,5388} = 9 \text{ Elemente.}$$

270. $\text{tang. } V^0 = \text{tang. } 31^0 40' = 0,6168$,
$\text{tang. } v^0 = \text{tang. } 39^0 = 0,8098$,

$$x = \frac{240 . 0,6168}{(24 + 40) . 0,8098 - 24 . 0,6168} = 4 \text{ Elemente.}$$

271. Die erste Stromstärke ist: $\sin. v^0 = \frac{mE}{mr + l}$;

die zweite Stromstärke ist: $\sin. V^0 = \frac{xE}{xr + l}$;

$$\sin. v^0 : \sin. V^0 = \frac{mE}{mr + l} : \frac{xE}{xr + l} = m(xr + l) : x(mr + l)$$

$$x(mr + l) \sin. v^0 = xmr \sin. V^0 + ml \sin. V^0$$

und daraus für die gesuchte Elementenzahl:

$$x = \frac{ml \sin. V^0}{(mr + l) \sin. v^0 - mr \sin. V^0}.$$

272. $\sin. V^0 = \sin. 51^0 47' = 0,7857$; $\sin. v^0 = \sin. 30^0 = 0,5$;

$$x = \frac{120 \,.\, 0,7857}{(15 + 40) \,.\, 0,5 - 15 \,.\, 0,7857} = 6 \text{ Elemente.}$$

273. Die erste Stromstärke ist: $\tan g. V^0 = \frac{E}{x + l}$;

die zweite Stromstärke ist: $\tan g. v^0 = \frac{E}{x + l + l_,}$;

$$\tan g. V^0 : \tan g. v^0 = \frac{E}{x + l} : \frac{E}{x + l + l_,} = (x + l + l_,) : (x + l)$$

$$x \tan g. V^0 + l \tan g. V^0 = x \tan g. v^0 + (l + l_,) \tan g. v^0$$

und daraus für den gesuchten Widerstand des Elements:

$$x = \frac{(l + l_,) \tan g. v^0 - l \tan g. V^0}{\tan g. V^0 - \tan g. v^0}.$$

Wird dieser Werth in die erste der obern Gleichungen für die Stromstärken substituirt, so folgt:

$$\tan g. V^0 = \frac{E}{\frac{(l + l_,) \tan g. v^0 - l \tan g. V^0}{\tan g. V^0 - \tan g. v^0} + l}$$

$$\tan g. V^0 = \frac{E (\tan g. V^0 - \tan g. v^0)}{l_, \tan g. v^0}.$$

Daraus resultirt für die elektromotorische Kraft des Elements:

$$E = \frac{l_, \tan g. v^0 \,.\, \tan g. V^0}{\tan g. V^0 - \tan g. v^0}.$$

274. $\tan g. V^0 = \tan g. 28^0 30' = 0,5430$,
$\tan g. v^0 = \tan g. 9^0 45' = 0,1718$,

$$x = \frac{(10 + 30) \,.\, 0,1718 - 10 \,.\, 0,5430}{0,5430 - 0,1718} = 3,88,$$

$$E = \frac{30 \,.\, 0,1718 \,.\, 0,5430}{0,5430 - 0,1718} = 7,53.$$

275. Die erste Stromstärke ist: $\sin. V^0 = \frac{E}{x + l}$;

die zweite Stromstärke ist: $\sin. v^0 = \frac{E}{x + l + l_,}$;

$$\sin. V^0 : \sin. v^0 = \frac{E}{x + l} : \frac{E}{x + l + l_,} = (x + l + l_,) : (x + l)$$

$$(\sin. V^0 - \sin. v^0) : \sin. v^0 = l_, : (x + l)$$

$$x(\sin. V^0 - \sin. v^0) + l(\sin. V^0 - \sin. v^0) = l_, \sin. v^0.$$

Hieraus folgt für den gesuchten Widerstand des Elements:

$$x = \frac{(l + l_,) \sin. v^0 - l \sin. V^0}{\sin. V^0 - \sin. v^0}.$$

Bei Substituirung dieses Werthes in die obere von den zwei für die Stromstärken aufgestellten Gleichungen folgt:

$$\sin. V^0 = \frac{E}{\frac{(l + l_,) \sin. v^0 - l \sin. V^0}{\sin. V^0 - \sin. v^0} + l}$$

$$\sin. V^0 = \frac{E(\sin. V^0 - \sin. v^0)}{l_, \sin. v^0}$$

und daraus für die elektromotorische Kraft des Elements:

$$E = \frac{l_, \sin. v^0 . \sin. V^0}{\sin. V^0 - \sin. v^0}.$$

276. In den Stromkreis eines Elements wird nebst dem Multiplikator auch ein bestimmter Widerstand R des Rheostaten geschaltet.

Die Stromstärke, welcher am Multiplikator ein bestimmter Nadelausschlag zukommt, ist: $S = \frac{E}{r + x + R}$.

Hierauf wird noch ein zweites gleichartiges Element in den Stromkreis gebracht, und der Rheostat so eingestellt, dass am Multiplikator derselbe Nadelausschlag wie früher hervorgerufen wird.

Bezeichnet $R_,$ die Zahl der Rheostat-Einheiten, so ist, da gleichen Nadelausschlägen gleiche Stromstärken entsprechen:

$$\frac{E}{r + x + R} = \frac{2E}{2r + x + R_,}.$$

Daraus folgt für den Widerstand x des Multiplikators:

$$x = R_, - 2R.$$

277. Hiebei wird in derselben Weise wie in der vorigen Aufgabe verfahren. Die erste Stromstärke ist, wenn ein Element durch den Multiplikator und durch das Relais geschlossen wird, gleich:

$$S = \frac{E}{r + g + x}.$$

Die zweite Stromstärke ist, wenn zum ersten noch ein zweites gleichartiges Element, und in den Stromkreis überdies noch ein Rheostat R geschaltet wird, gleich: $S_, = \frac{2E}{2r + g + x + R}$.

Ist der Rheostat R so eingestellt, dass auch in diesem Falle ein dem ersten gleicher Nadelausschlag erlangt wird, so ist:

$$\frac{E}{r + g + x} = \frac{2E}{2r + g + x + R}.$$

Daraus folgt für den Widerstand des Relais: $x = R - g$.

IV.

DER ELEKTROMAGNETISMUS.

278. $M = nS$, d. h. die magnetisirende Kraft einer Spirale ist der Zahl der Umwindungen und der Stromstärke direkt proportional.

279. Die Stromstärke ist gleich: $S = \frac{E}{a+R}$; daher: $M = \frac{nE}{a+R}$.

280. $M = \frac{m n E}{a + R}$.

281. $M = \frac{\frac{n}{m} E}{a + R} = \frac{n E}{m(a + R)}$.

282. $M = n S$ ist die magnetisirende Kraft der Spirale für den Strom S. Für einen $m$mal stärkeren Strom ist die magnetisirende Kraft gleich: $M_, = m n S = m M$.

Ein $m$mal stärkerer Strom hat daher auch eine $m$mal grössere magnetisirende Kraft.

283. Da die Stromstärke $m$mal kleiner ist, so ist nach voriger Aufgabe: $M_, = \frac{n S}{m} = \frac{M}{m}$.

Ein $m$mal schwächerer Strom hat daher auch eine $m$mal schwächere magnetisirende Kraft.

284. Die magnetisirende Kraft der ersten Spirale ist gleich: $M = n S$.

Die magnetisirende Kraft der zweiten Spirale von zu bestimmender Windungszahl x ist gleich: $M_, = x m S$. Da $M = M_,$ sein soll, so folgt:

$$n S = x m S; \text{ und daraus: } x = \frac{n}{m}.$$

285. Da die magnetisirende Kraft der Spirale von zu bestimmender Windungszahl x gleich ist: $\frac{x S}{m}$, so folgt nach voriger Aufgabe:

$$n S = \frac{x S}{m}.$$

Daraus folgt für die Zahl der Umwindungen: $x = n \cdot m$.

286. Die Stromstärke ist gleich: $S = \frac{E}{a + 2R}$.

Die magnetisirende Kraft ist daher, da das Relais $2n$ Umwindungen besitzt, gleich: $M = \frac{2 n E}{a + 2R}$.

287. Der eine jede Spule durchfliessende Strom ist gleich: $\frac{E}{2a + R}$, und die magnetisirende Kraft einer jeden Spule ist gleich: $\frac{n E}{2a + R}$.

Da die magnetisirende Kraft des Relais gleich ist der Summe der magnetisirenden Kräfte der beiden Relaisspulen, so ist: $M = \frac{2 n E}{2a + R}$.

288. Um die Bedingungen kennen zu lernen, unter welchen die magnetisirende Kraft des Relais sowohl bei hinter einander als auch bei parallel geschalteten Spulen dieselbe bleibt, sind die Gleichungen der beiden vorigen Aufgaben 286 und 287 einander gleich zu setzen. Es ist daher: $\frac{2 n E}{2R + a} = \frac{2 n E}{2a + R}$, und daraus: $a = R$; d. h. der Widerstand ausserhalb des Relais muss dem Widerstand einer Relaisspule gleich sein.

289. Nachdem die Spulen des ersten Relais hinter einander verbunden sind, so ist dessen magnetisirende Kraft, da die Stromstärke durch $\frac{E}{2R + a}$ ausgedrückt ist, gleich: $M = \frac{2nE}{2R + a}$.

Die jede Relaisspule bei deren erfolgender Parallelschaltung durchfliessende Stromstärke ist gleich: $\frac{E}{2a + R}$. Da jede Spule dieses Relais x Umwindungen besitzt, so ist dessen magnetisirende Kraft gleich: $M_, = \frac{2xE}{2a + R}$.

Weil $M = M_,$ sein soll, so ist: $\frac{2nE}{2R + a} = \frac{2xE}{2a + R}$.

Daraus folgt für die Zahl der Umwindungen einer jeden Spule des zweiten Relais: $x = \frac{n(2a + R)}{2R + a}$.

290. Der Widerstand des ersten Relais ist gleich: nr. Die Stromstärke ist daher gleich: $\frac{E}{nr + a}$ und die magnetisirende Kraft dieses Relais: $M = \frac{nE}{nr + a}$.

Der Widerstand einer jeden Spule von x Umwindungen des zweiten Relais ist gleich: xr. Die jede Spule dieses Relais durchfliessende Stromstärke ist gleich: $\frac{E}{2a + xr}$ und daher die magnetisirende Kraft dieses Relais gleich: $M_, = \frac{2xE}{2a + xr}$.

Da $M = M_,$ sein soll, so ist: $\frac{nE}{nr + a} = \frac{2xE}{2a + xr}$.

Daraus folgt für die Umwindungszahl einer jeden Spule des zweiten Relais: $x = \frac{2na}{nr + 2a}$.

291. Die das erste Relais in Aktion setzende Stromstärke ist gleich: $\frac{E}{R + a}$; daher ist die magnetisirende Kraft dieses Relais gleich:

$$\frac{nE}{R + a} = M.$$

Da das zweite Relais bei parallel geschalteten Spulen gleichfalls den Widerstand R besitzt, so hat jede Spule einen Widerstand von $2R$.

Die jede Spule dieses Relais durchfliessende Stromstärke ist gleich: $\frac{E}{2(R + a)}$. Folglich ist die magnetisirende Kraft dieses Relais gleich:

$$M_, = \frac{2xE}{2(R + a)}.$$

Da diese Kräfte M und $M_,$ gleich sein sollen, so ist:

$$\frac{nE}{R + a} = \frac{2xE}{2(R + a)} = \frac{xE}{R + a}.$$

Daraus folgt für die Umwindungszahl einer jeden Spule des zweiten Relais: $x = n$.

Es enthält daher unter der gegebenen Bedingung jede Spule dieses zweiten Relais die dem ersten Relais zukommende Windungszahl.

292. *a)* Der Widerstand des ersten Relais ist gleich: nr. Der Widerstand einer jeden Spule des zweiten Relais ist gleich: xr. Folglich ist der Widerstand dieses Relais gleich:

$$\frac{xr \, . \, xr}{xr + xr} = \frac{xr}{2}.$$

Da die beiden Relaiswiderstände gleich sein sollen, so ist: $\frac{xr}{2} = nr$. Daraus folgt für die Windungszahl einer jeden Spule des zweiten Relais: $x = 2n$.

b) Die magnetisirende Kraft des ersten Relais ist: $M = \frac{nE}{nr + a}$, und jene des zweiten Relais aber:

$M_{,} = \frac{2xE}{2a + xr}$, weil $\frac{E}{2a + xr}$ die jede Spule dieses Relais durchfliessende Stromstärke ist.

Da $x = 2n$ ist, so ist: $M_{,} = \frac{4nE}{2a + 2nr} = \frac{2nE}{a + nr} = 2M$.

Die magnetisirende Kraft des zweiten Relais ist unter diesen Verhältnissen zweimal so gross als jene des ersten.

293. Die erste Stromstärke ist: $\frac{E}{R + a}$; folglich ist die magnetisirende Kraft der einen Spule gleich: $M = \frac{nE}{R + a}$.

Die zweite Stromstärke ist: $\frac{E}{2R + x}$. Die magnetisirende Kraft beider Relaisspulen ist daher: $M_{,} = \frac{2nE}{2R + x}$.

Da diese beiden Kräfte gleich sein sollen, so ist:

$$\frac{nE}{R + a} = \frac{2nE}{2R + x}.$$

Daraus folgt für den Widerstand der Leitung: $x = 2a$.

294. Die magnetisirende Kraft der einen Spule ist nach voriger Aufgabe: $M = \frac{nE}{R + a}$.

Im zweiten Fall ist die jede Spule durchfliessende Stromstärke gleich: $\frac{E}{2x + R}$. Die magnetisirende Kraft des Relais bei parallel geschalteten Spulen ist daher: $M_{,} = \frac{2nE}{2x + R}$.

Folglich ist, da $M = M_{,}$ sein soll: $\frac{nE}{R + a} = \frac{2nE}{2x + R}$.

Daraus folgt für den Widerstand der Leitung: $x = \frac{R + 2a}{2}$.

295. Die erste Stromstärke ist: $\frac{E}{nr + a}$. Die magnetisirende Kraft des ersten Relais ist daher gleich: $M = \frac{nE}{nr + a}$.

Die zweite Stromstärke ist: $\frac{E}{xr + 2a}$. Folglich ist die magnetisirende Kraft des zweiten Relais gleich: $M_{,} = \frac{xE}{xr + 2a}$.

Da $M = M_{,}$ sein soll, so ist: $\frac{nE}{nr + a} = \frac{xE}{xr + 2a}$.

Daraus folgt für die Zahl der Umwindungen des zweiten Relais:

$$x = 2n.$$

296. Wenn der Widerstand der Batterie vernachlässigt wird, so fliesst:

durch die Leitung L der Zweigstrom $= \frac{E}{R + L}$;

durch die Leitung x der Zweigstrom $= \frac{E}{r + x}$.

Die magnetisirende Kraft ist:

der ersten mit L verbundenen Umwickelung: $M = \frac{NE}{R + L}$;

der zweiten mit x verbundenen Umwickelung: $M_{,} = \frac{nE}{r + x}$.

Da $M = M_{,}$ sein soll, so ist: $\frac{NE}{R + L} = \frac{nE}{r + x}$.

Daraus folgt für den Widerstand der Leitung:

$$x = \frac{n(R + L) - rN}{N} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \alpha.$$

1. Stehen die Widerstände beider Umwicklungen im direkten Verhältniss zu der Zahl der Umwindungen, so ist:

$$N : n = R : r \text{ und daraus: } r = \frac{nR}{N}.$$

Bei Substituirung dieses Werthes in die Gleichung α folgt:

$$x = \frac{nL}{N}.$$

2. Ist $n = N$, während R und r verschieden sind, so geht aus der Gleichung α hervor: $x = R + L - r$.
3. Ist $n = N$ und $R = r$, so ist: $x = L$.

297. Wenn das Element vom Widerstande x durch eine Drahtwindung vom Widerstande r geschlossen wird, so ist die Stromstärke, welcher ein bestimmter Nadelausschlag zukommt, gleich: $\frac{E}{x + r}$.

Daher ist die magnetisirende Kraft dieser Drahtwindung gleich:

$$M = \frac{mE}{x + r}.$$

Wird auch die zweite Drahtwindung nebst einem Rheostaten R in den Stromkreis gebracht, so ist die Stromstärke gleich: $\frac{E}{x + 2r + R}$.

Die magnetisirende Kraft ist daher gleich: $M_{,} = \frac{2mE}{x + 2r + R}$.

Nachdem in Folge Einstellung des Rheostaten gleiche Nadelausschläge erlangt wurden, so ist $M = M_{,}$.

Es ist daher: $\frac{mE}{x + r} = \frac{2mE}{x + 2r + R}$.

Daraus folgt für den Widerstand des Elements: $x = R$.

298. Die erste Stromstärke ist: $\frac{E}{x + r + a}$; folglich ist die magnetisirende Kraft der einen Drahtwindung gleich: $M = \frac{mE}{x + r + a}$.

Die zweite Stromstärke ist — wenn nämlich auch die zweite Drahtwindung nebst einem Rheostaten R in den Stromkreis gebracht wurde — gleich: $\frac{E}{x + 2r + a + R}$.

Die magnetisirende Kraft dieser zwei Windungen ist daher gleich:

$$M_{,} = \frac{2mE}{x + 2r + a + R}.$$

Da in beiden Fällen gleiche Nadelausschläge erzielt wurden, so ist $M = M_{,}$, und daher auch: $\frac{mE}{x + r + a} = \frac{2mE}{x + 2r + a + R}$, woraus für den Widerstand des Elements folgt: $x = R - a$.

299. Wenn die beiden Windungen parallel geschaltet werden, so ist die jede Windung durchfliessende Stromstärke gleich:

$$\frac{2E}{4(r + R) + x};$$

und die magnetisirende Kraft einer jeden Windung gleich:

$$\frac{2mE}{4(r + R) + x}.$$

Folglich ist die magnetisirende Kraft beider Windungen gleich:

$$M = \frac{4mE}{4(r + R) + x} \quad \dots\dots \quad 1.$$

a) Werden die beiden Windungen hinter einander geschaltet, so ist die Stromstärke gleich: $\frac{E}{r + R_{,} + x}$.

Die magnetisirende Kraft ist jetzt gleich: $M_{,} = \frac{2mE}{r + R_{,} + x}$.

Da durch die Regulirung des Rheostaten die magnetisirenden Kräfte gleich gemacht wurden, so ist: $\frac{4mE}{4(r + R) + x} = \frac{2mE}{r + R_{,} + x}$.

Daraus für den Widerstand der Sinus- oder Tangentenboussole:

$$x = 2(r + 2R - R_{,}).$$

b) Wenn nur eine Windung in den Stromkreis geschaltet wird, so ist die Stromstärke gleich: $\frac{E}{r + R_{,} + \frac{x}{2}} = \frac{2E}{2(r + R_{,}) + x}$.

Folglich ist die magnetisirende Kraft in diesem Falle gleich:

$$M_{,} = \frac{2\,mE}{2\,(r + R_{,}) + x}.$$

Aus dieser und aus der Gleichung 1 folgt, da durch Einstellung des Rheostaten $M = M_{,}$ gemacht wurde:

$$\frac{4\,mE}{4\,(r + R) + x} = \frac{2\,mE}{2\,(r + R_{,}) + x}$$ und daraus: $x = 4\,(R - R_{,})$ für den Widerstand der Sinus- oder Tangentenboussole.

300. Die durch die eine Windung geleitete Stromstärke ist:

$$\frac{pE}{pr + \frac{x}{2} + R} = \frac{2\,pE}{2\,pr + x + 2\,R}.$$

Die durch die zweite Windung geleitete Stromstärke ist:

$$\frac{qE}{qr + \frac{x}{2} + R_{,}} = \frac{2\,qE}{2\,qr + x + 2\,R_{,}}.$$

Da die durch diese Ströme hervorgerufenen magnetisirenden Kräfte gleich sein müssen, wenn die Nadel auf dem Nullpunkt bleiben soll, so ist:

$$\frac{2\,mpE}{2\,pr + x + 2\,R} = \frac{2\,mqE}{2\,qr + x + 2\,R_{,}}.$$

Hieraus folgt: $x = \frac{2\,(pR_{,} - qR)}{q - p}$ für den gesuchten Widerstand der Sinus- oder Tangentenboussole.

V.

DIE ELEKTROLYSE ZUR BESTIMMUNG DER STROMSTÄRKE NACH ABSOLUTEM MASS.

A. IM KNALLGAS-VOLTAMETER.

301. Im direkten Verhältniss, so dass die entwickelte Knallgasmenge als Mass der Stärke des galvanischen Stromes betrachtet wird.

302. Da die Stromstärken im direkten Verhältniss zu den entwickelten Knallgasmengen stehen, so ist: $S : s = V : v$.

303. $S : s = 40 : 20 = 2 : 1$; oder $S = 2\,s$, d. h. die erste Stromstärke ist doppelt so gross wie die zweite.

304. Diejenige, welche in 1 Minute 1 cbcm. Knallgas bei 0° Temperatur nach Celsius und 760 mm. Barometerstand zu entwickeln im Stande ist. Diese Einheit heisst die Jacobi'sche oder auch die chemische Einheit.

305. Wenn ein Strom in a Minuten v cbcm. Knallgas liefert, so liefert er in einer Minute $\frac{v}{a}$ cbcm. Es ist daher die Stromstärke in J. E. ausgedrückt, gleich: $S = \frac{v}{a}$ J. E.

306. $S = \frac{126}{3} = 42$ J. E. Weil dieser Strom 42 cbcm. Knallgas in einer Minute liefert, so ist er 42 mal stärker als der von Jacobi zur Einheit angenommene.

307. Hier muss die Reduktion des Gasvolumens v auf die Temperatur von 0° C. und auf den Barometerstand vom 760 mm. Quecksilber vorgenommen werden.

Zuerst wird die Reduktion auf die Temperatur von 0° C. und hernach auf den Barometerstand von 760 mm. durchgeführt.

Es ist konstatirt, dass sich jedes Gas um $\frac{1}{273}$ seines Volumens für jeden Grad der Temperatur ausdehnt.

Bezeichnet V das Volumen des Knallgases, welches dasselbe bei 0° C. und m mm. Barometerstand einnehmen würde, so ist die Ausdehnung desselben bei t^0 Temperatur gleich: $\frac{t\,V}{273}$.

Es ist daher: $V + \frac{t\,V}{273} = v = \frac{V(t + 273)}{273}$.

Hieraus folgt als Volumen des Gases, welches derselbe Strom bei 0° Temperatur und m mm. Barometerstand liefern würde:

$$V = \frac{273\ v}{t + 273}.$$

Um dieses Volumen noch auf den Barometerstand von 760 mm. zu reduziren, wird das Mariotti'sche Gesetz in Anwendung gebracht, welchem zufolge das Gasvolumen mit dem Atmosphärendruck im umgekehrten Verhältniss steht.

Wird nun dieses Gasvolumen mit x bezeichnet, so ist dem Mariotti'schen Gesetze zufolge: $x : V = m : 760$; und daraus: $x = \frac{m\,V}{760}$.

Wird in diese Gleichung der oben für V erhaltene Werth substituirt, so resultirt für die auf 0° Temperatur und 760 mm. Barometerstand reduzirte Knallgasmenge:

$$x = \frac{273\ .\ v\ .\ m}{760\ (273 + t)} \text{ cbcm.} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{I,}$$

welche der gegebene Strom in einer Minute liefern würde.

Folglich ist die Stromstärke: $S = \frac{273\ .\ v\ .\ m}{760\ (272 + t)}$ J. E.

308. $S = \frac{273\ .\ v\ .\ m}{760\ (273 + t)} = 39{,}29$ J. E.

309. Wenn angenommen wird, dass die in der Aufgabe 307 durch die Gleichung I ausgedrückte Knallgasmenge in a Minuten entwickelt wurde, so ist die in einer Minute entwickelte Knallgasmenge gleich:

$$x = \frac{273\ .\ v\ .\ m}{760\ (273 + t)\ a} \text{ cbcm.} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{I.}$$

Demzufolge ist auch die Stromstärke gleich:

$$S = \frac{273\ .\ v\ .\ m}{760\ (273 + t)\ a} \text{ J. E.}$$

310. $S = \frac{273 \cdot 116 \cdot 740}{760\,(273 + 16)\,3} = 35{,}56$ J. E.

311. Da 1 cbcm. Wasser gleich 1000 Milligramm ist, und 1 cbcm. Knallgas nach Müller ein Gewicht von 0,52 Milligramm besitzt, so gibt ein Cubikcentimeter Wasser bei 0⁰ Temperatur und 760 mm. Barometerstand: 1000 : 0,52 = 1923 cbcm. Knallgas.

Da diese Gasmenge in 40 Minuten entwickelt wurde, so ist die Stromstärke gleich: $S = \frac{1923}{40} = 48{,}075$ J. E.

312. Nach voriger Aufgabe gibt das Produkt aus dem Volumen der Knallgasmenge und aus dem Gewichte von 1 cbcm. Knallgas die zersetzte Wassermenge. Folglich ist im vorliegenden Falle die Menge des zersetzten Wassers gleich: $500 \times 0{,}52 = 260$ cbmm. $= 0{,}26$ cbcm.

313. In diesem Falle muss die Reduktion des Gasvolumens auf 0^0 Temperatur und auf den Barometerstand von 760 mm. nach Aufgabe 307 Gleichung I vorgenommen werden. Es ist daher:

$$x = \frac{273 \cdot 600 \cdot 745}{760\,(273 + 12)} = 563{,}4 \text{ cbcm.}$$

Folglich ist nach voriger Aufgabe das Gewicht des hiebei zersetzten Wassers gleich: $563{,}4 \times 0{,}52 = 292{,}96$ cbmm. $= 0{,}29296$ cbcm.

314. Der Aufgabe 309 zufolge ist die erste Stromstärke, nachdem das Volumen auf die Temperatur von 0^0 C. und auf den Barometerstand von 760 mm. reduzirt, und für die Zeitdauer einer Minute bestimmt wurde, gleich: $S = \frac{273 \cdot v \cdot m}{760\,(273 + t)\,a}$.

In ähnlicher Weise findet man für die zweite Stromstärke:

$$S_{,} = \frac{273 \cdot v_{,} m_{,}}{760\,(273 + t_{,})\,a_{,}}.$$

Folglich ist das Verhältniss der Stromstärken ausgedrückt durch:

$$S : S_{,} = \frac{273 \cdot v \cdot m}{760\,(273 + t)\,a} : \frac{273 \cdot v_{,} \cdot m_{,}}{760\,(273 + t_{,})\,a_{,}}$$

$$\text{oder: } S : S_{,} = \frac{v \cdot m}{a\,(273 + t)} : \frac{v_{,} \cdot m_{,}}{a_{,}\,(273 + t_{,})}.$$

315. $S : S_{,} = \frac{92{,}4 \cdot 737}{3 \cdot 285} : \frac{98 \cdot 740}{2 \cdot 288}$; woraus folgt: $\frac{S_{,}}{S} = 1{,}6$. Die zweite Stromstärke ist daher 1,6 mal grösser als die erste.

316. Für $t = t_{,}$ folgt aus der Aufgabe 314:

$$S : S_{,} = \frac{v\,m}{a} : \frac{v_{,} m_{,}}{a_{,}}.$$

317. $S : S_{,} = \frac{121 \cdot 750}{4} : \frac{100 \cdot 742}{3} = 27225 : 29680$ oder:

$$\frac{S_{,}}{S} = 1{,}09.$$

318. Für $m = m_{,}$ folgt aus der Aufgabe 314:

$$S : S_{,} = \frac{v}{a\,(273 + t)} : \frac{v_{,}}{a_{,}\,(273 + t_{,})}.$$

319. $S : S_{,} = \frac{150}{283\ .\ 4} : \frac{130}{288\ .\ 3} = 12960 : 14616,$

$$\frac{S_{,}}{S} = \frac{14616}{12960} = 1{,}127.$$

320. Da die Stromstärke sowohl der entwickelten Knallgasmenge als auch der Tangente des Ablenkungswinkels proportional ist, so erhält man:

für die erste Stromstärke: $v = \text{tang. } g^0$,

für die zweite Stromstärke: $V = \text{tang. } 45^0 = 1$.

Aus der Division dieser zwei Gleichungen ergibt sich:

$$\frac{v}{V} = \text{tang. } g^0.$$

Hieraus folgt für das Volumen V des Knallgases, das durch einen Strom entwickelt wird, der die Nadel der Tangentenboussole um 45^0 ablenkt: $V = \frac{v}{\text{tang. } g^0}$.

Der Ausdruck $\frac{v}{\text{tang. } g^0}$ heisst der Reduktionsfaktor der Tangentenboussole, und muss für jede separat bestimmt werden.

321. $\text{tang. } 23^0\ 7' = 0{,}4269$; daher: $V = \frac{29{,}9}{0{,}4269} = 70$ cbcm. Der Reduktionsfaktor dieser Boussole ist daher gleich 70.

322. Die erste Stromstärke ist: $V = \text{tang. } 45^0 = 1$, die zweite Stromstärke ist: $v = \text{tang. } g^0$; folglich: $\frac{V}{v} = \frac{1}{\text{tang. } g^0}$; und daraus für das gesuchte Knallgasvolumen: $v = V \text{ tang. } g^0$.

Nachdem V laut Aufgabe 320 der Reduktionsfaktor der Tangentenboussole ist, so erhält man die einem beliebigen Ausschlagswinkel entsprechende Knallgasmenge, wenn man den Reduktionsfaktor der Boussole mit der Tangente des Ausschlagswinkels multiplizirt.

323. $v = 70{,}42\ .\ 0{,}3394 = 23{,}9$ cbcm.

324. Nachdem das Wasser im Voltameter um 13,5 cm. = 135 mm. höher stand als ausserhalb desselben, und diese Wassersäule, da das Quecksilber 13,5 mal schwerer als Wasser ist, einer Quecksilbersäule von $\frac{135 \text{ mm.}}{13{,}5} = 10$ mm. entspricht, so war das Gas unter dem Drucke von $745 - 10 = 735$ mm. Quecksilber gestanden.

a) Das auf die Zeitdauer einer Minute reduzirte Volumen ist daher nach Aufgabe 309, Gleichung I, gleich: $\frac{273\ .\ 150\ .\ 735}{760\ .\ 288\ .\ 3} = 45{,}8$ cbcm.; folglich ist die Stromstärke gleich 45,8 J. E.

b) Der Reduktionsfaktor der Tangentenboussole, oder die dem Ausschlagswinkel von 45^0 entsprechende Knallgasmenge ist nach Aufgabe 320 gleich: $V = \frac{45{,}8}{\text{tang. } 28^0\ 5'} = \frac{45{,}8}{0{,}5335} = 85{,}848$ cbcm.

325. *a)* Nach Aufgabe 322 ist das der Tangente von 55^0 entsprechende Knallgasvolumen gleich:

$$70 \,.\, \text{tang. } 55^0 = 70 \,.\, 1{,}4281 = 99{,}967 \text{ cbcm.}$$

Folglich ist die Stromstärke gleich: 99,967 J. E.

b) Die in 10 Minuten entwickelte Knallgasmenge wäre gleich:

$$99{,}967 \times 10 = 999{,}67 \text{ cbcm.}$$

326. *a)* In derselben Weise findet sich das Knallgasvolumen mit:

$$70 \,.\, \text{tang. } 35^0 = 49 \text{ cbcm.}$$

Die Stromstärke ist daher gleich: 49 J. E.

b) In 10 Minuten gibt der Strom 49 . 10 = 490 cbcm. Knallgas.

327. Aus Aufgabe 322 folgt für die Tangente des gesuchten Ausschlagswinkels: $\text{tang. } g^0 = \frac{v}{V}$.

328. $\text{tang. } g^0 = \frac{80{,}5}{70} = 1{,}15$; folglich ist der Winkel: $g = 48^0\ 59'$.

329. $\text{tang. } g^0 = \frac{40{,}25}{70} = 0{,}575$; daher der Winkel: $g = 29^0\ 54'$.

330. Nach Aufgabe 309, Gleichung I, ist das auf die Zeitdauer einer Minute reduzirte Volumen gleich: $\frac{273 \,.\, 600 \,.\, 737}{760 \,.\, 283 \,.\, 10} = 56{,}12$ cbcm.

Nach Aufgabe 327 folgt: $\text{tang. } g^0 = \frac{56{,}12}{65} = 0{,}8634$, daher der Winkel: $g = 40^0\ 48'$.

331. Da $v = 1$ cbcm. und $V = 70$ cbcm. ist, so folgt aus der Aufgabe 327: $\text{tang. } g^0 = \frac{1}{70} = 0{,}0143$, folglich ist: $g = 0^0\ 49{,}9'$.

332. Der Aufgabe 311 zufolge sind 300 Milligramm Wasser gleich: 300 : 0,52 = 577 cbcm. Knallgas.

a) Da diese Knallgasmenge in 10 Minuten entwickelt wurde, so ist die Stromstärke gleich: $\frac{577}{10} = 57{,}7$ J. E.

b) Nach Aufgabe 327 ist der gesuchte Ausschlagswinkel gleich: $\text{tang. } g^0 = \frac{57{,}7}{65} = 0{,}8877$; daher: $g = 41^0\ 36'$.

333. Nach Aufgabe 311 sind 2 cbcm. Wasser gleich: $2 \times 1923 = 3846$ cbcm. Knallgas, welche daher von dem von Jacobi zur Einheit angenommenen Strome in 3846 Minuten oder in 3846 : 60 = 64,1 Stunden geliefert werden.

334. Nach Aufgabe 322 ist die in einer Minute bei 0^0 Temperatur und beim Barometerstande von 760 mm. entwickelte Knallgasmenge gleich: $v = 70 \,.\, \text{tang. } 30^0 = 70 \,.\, 0{,}5774 = 40{,}418$ cbcm. Folglich ist die Zeit, in welcher 808,36 cbcm. Knallgas entwickelt wurden, gleich: 808,36 : 40,418 = 20 Minuten.

335. Nach Aufgabe 311 sind 520 Milligramm Wasser gleich 1000 cbcm. Knallgas. Die vom Strome in einer Minute entwickelte Knallgasmenge ist nach Aufgabe 322 gleich:

$$v = 70 \,.\, \text{tang. } 32^0 = 70 \,.\, 0{,}6249 = 43{,}743 \text{ cbcm.}$$



Demnach ist die Zeit, in welcher 520 Milligramm Wasser zersetzt werden, gleich: $1000 : 43{,}743 =$ nahezu 23 Minuten.

336. Bezeichnet S die Stromstärke, so ist selbe nach der Aufgabe 322 im chemischen Mass ausgedrückt durch:

für die erste Tangentenboussole: $S = V \,.\, \text{tang. } \alpha^0$,

für die zweite Tangentenboussole: $S = x \text{ tang. } \beta^0$.

Folglich ist: $V \,.\, \text{tang. } \alpha^0 = x \,.\, \text{tang. } \beta^0$; und daraus für den Reduktionsfaktor der zweiten Tangentenboussole: $x = \frac{V \,.\, \text{tang. } \alpha^0}{\text{tang. } \beta^0}$.

337. $x = \frac{70 \,.\, \text{tang. } 30^0}{\text{tang. } 28^0} = \frac{70 \,.\, 0{,}5774}{0{,}5317} = 76.$

338. $x = \frac{70 \,.\, \text{tang. } 30^0}{\text{tang. } 32} = \frac{70 \,.\, 0{,}5774}{0{,}6249} = 64{,}68.$

B. IM METALL-VOLTAMETER.

339. Bei mehreren von demselben galvanischen Strome durchflossenen Zersetzungszellen werden äquivalente Mengen der Elektrolyte zersetzt, und die Quantitäten der aus ihnen an beiden Elektroden abgeschiedenen Stoffe stehen gleichfalls im Verhältniss ihrer Aequivalente.

340. Ein Strom von der Stärke der Jacobi'schen Einheit würde unter denselben Widerstandsverhältnissen am Knallgasvoltameter 60 cbcm. Knallgas entwickelt haben. Nach Aufgabe 312 ist das Gewicht des hiefür zersetzten Wassers gleich: $60 \,.\, 0{,}52 = 31{,}2$ Milligramm.

a) Das Mischungsverhältniss des Wassers (HO) ist 9; u. z. 8 Gewichtstheile Sauerstoff und 1 Gewichtstheil Wasserstoff.

Das Mischungsverhältniss des Kupfervitriols $(SO_3\, Cu\, O)$ ist 79,7; u. z. 16 Gewichtstheile Schwefel, $3 \times 8 = 24$ Gewichtstheile Sauerstoff, 31,7 Gewichtstheile Kupfer und 8 Gewichtstheile Sauerstoff.

Wenn 9 Gewichtstheile Wasser und 79,7 Gewichtstheile Kupfervitriol äquivalente Elektrolytmengen sind, so braucht man nur die 31,2 Milligramm Wasser äquivalente Menge x Kupfervitriol nach folgender Proportion zu bestimmen, um die Menge des zersetzten Kupfervitriols zu erhalten. Es ist daher:

$$9 : 79{,}7 = 31{,}2 : x; \text{ und daraus:}$$

$x = 276{,}293$ Milligramm $SO_3\, Cu\, O$ wurden zersetzt.

b) Diese Frage lässt sich auf zweierlei Weise beantworten. Am einfachsten ist folgender Vorgang. Offenbar wurde das ganze in 276,293 Milligramm Kupfervitriol enthaltene Kupfer niedergeschlagen, und es handelt sich nur darum, diese Menge Kupfer zu bestimmen, was durch folgende Betrachtung geschieht. Wenn in 79,7 Gewichtstheilen Kupfervitriol 31,7 Gewichtstheile Kupfer enthalten sind, so sind in 276,293 Gewichtstheilen Kupfervitriol y Gewichtstheile Kupfer enthalten. Folglich ist:

$$79{,}7 : 31{,}7 = 276{,}293 : y;$$

daher ist die Menge des niedergeschlagenen Kupfers gleich:

$$y = \frac{31{,}7 \,.\, 276{,}293}{79{,}7} = 109{,}893 \text{ Milligramm.}$$

Um auf die zweite Weise die Menge des niedergeschlagenen Kupfers zu bestimmen, muss vorerst bestimmt werden, wie viel (z) Gewichtstheile Sauerstoff in 31,2 Milligramm Wasser enthalten sind, wozu folgende Proportion dient:

$$9 : 8 = 31{,}2 : z; \text{ und daraus:}$$

$$z = \frac{8 \, . \, 31{,}2}{9} = 27{,}73 \text{ Milligramm Sauerstoff.}$$

Nachdem 8 Gewichtstheile Sauerstoff und 31,7 Gewichtstheile Kupfer äquivalente Mengen sind, so braucht man nur, um die Menge des niedergeschlagenen Kupfers zu erhalten, die 27,73 Milligramm Sauerstoff äquivalente Menge (y) Kupfer zu bestimmen, was durch folgende Proportion geschieht.

$$8 : 31{,}7 = 27{,}73 : y; \text{ und daraus:}$$

$$y = \frac{31{,}7 \, . \, 27{,}73}{8} = 109{,}893 \text{ Milligramm Kupfer,}$$

welche sich an der Kathode niedergeschlagen haben.

341. *a)* Nachdem 31,7 Gewichtstheile Kupfer in 79,7 Gewichtstheilen Kupfervitriol vorhanden sind, so sind 100 Gewichtstheile Kupfer in x Gewichtstheilen Kupfervitriol enthalten, daher:

$$31{,}7 : 79{,}7 = 100 : x; \text{ folglich:}$$

$$x = \frac{79{,}7 \, . \, 100}{31{,}7} = 251{,}42 \text{ Milligramm Kupfervitriol}$$

wurden zersetzt.

b) Um die Zeit zu bestimmen, während welcher der Strom gewirkt hatte, ist es erforderlich, das Volumen des Knallgases zu bestimmen, welches in derselben Zeit und unter denselben Widerstandsverhältnissen in einem Knallgas-Voltameter entwickelt worden wäre. Dies geschieht durch folgende Betrachtung.

Wenn 9 Gewichtstheile Wasser und 79,7 Gewichtstheile Kupfervitriol äquivalente Mengen sind, so muss aufgesucht werden, welche Wassermenge y dem Gewichte von 251,42 Milligramm Kupfervitriol entspricht. Hiezu dient die folgende Proportion:

$$9 : 79{,}7 = y : 251{,}42,$$

und daraus für die Menge des zersetzten Wassers:

$$y = \frac{251{,}42 \, . \, 9}{79{,}7} = 28{,}4 \text{ Milligramm.}$$

Die Wassermenge ist aber gleich:

$$28{,}4 : 0{,}52 = 54{,}6 \text{ cbcm. Knallgas.}$$

Da hier ein Strom von der Stärke der Jacobi'schen Einheit thätig war, welcher in einer Minute 1 cbcm. Knallgas entwickelt, so wirkte er — um 100 Milligramm Kupfer niederzuschlagen — 54,6 Minuten.

342. In 30 Minuten würde die Jacobi'sche Stromeinheit an einem Voltameter unter denselben Widerstandsbedingungen 30 cbcm. Knallgas entwickelt haben. Diese Knallgasmenge ist aber gleich:

$$30 \times 0{,}52 = 15{,}6 \text{ Milligramm Wasser.}$$

a) Das salpetersaure Silberoxyd ($NO_5\,Ag\,O$) besteht aus 14 Gewichtstheilen Stickstoff (N), 5 . 8 = 40 Gewichtstheilen Sauerstoff (O),

108 Gewichtstheilen Silber (Ag) und 8 Gewichtstheilen Sauerstoff (O), daher zusammen aus 170 Gewichtstheilen, welche 9 Gewichtstheilen Wasser äquivalent sind. Folglich ist die 15,6 Milligramm Wasser äquivalente Menge x des salpetersauren Silberoxydes aus folgender Proportion berechenbar:

$$170 : 9 = x : 15{,}6.$$

Es sind daher: $x = \frac{170 \cdot 15{,}6}{9} = 294{,}6$ Milligramm salpetersaures Silberoxyd zersetzt worden.

b) Wenn in 170 Gewichtstheilen salpetersaurem Silberoxyd 108 Gewichtstheile Silber vorhanden sind, so sind y Gewichtstheile Silber in 294,6 Gewichtstheilen salpetersaurem Silberoxyd enthalten:

$$170 : 108 = 294{,}6 : y,$$

und daraus: $y = \frac{294{,}6 \cdot 108}{170} = 187{,}16$ Milligramm Silber, welche sich an der Kathode niedergeschlagen haben.

343. *a)* Aus 170 Gewichtstheilen salpetersaurem Silberoxyd schlagen sich 108 Gewichtstheile Silber nieder. Es wird daher, um die Menge von salpetersaurem Silberoxyd zu bestimmen, aus welchem 400 Milligramm Silber sich an der Kathode niedergeschlagen haben, folgende Proportion aufgestellt:

$$170 : 108 = x : 400$$

und daraus für die Menge des zersetzten salpetersauren Silberoxydes: $x = \frac{170 \cdot 400}{108} = 629{,}\dot{6}2\dot{9}$ Milligramm.

b) Zuerst wird die Menge des zersetzten Wassers und dann daraus die entsprechende Knallgasmenge bestimmt. Die Menge y des zersetzten Wassers resultirt aus folgender Proportion:

$$9 : 170 = y : 629{,}629,$$

$$y = \frac{629{,}629 \cdot 9}{170} = 33{,}3333 \text{ Milligramm.}$$

Aus dieser Gewichtsmenge Wasser entwickeln sich aber: $33{,}3333 : 0{,}52 = 64{,}1$ cbcm. Knallgas. Folglich ist die Zeitdauer, während welcher die Jacobi'sche Stromeinheit 400 Milligramm Silber an der Kathode niederschlägt, gleich 64,1 Minuten oder 1 Stunde 4,1 Minuten.

344. *a)* Die zersetzte Menge x des Kupfervitriols erhält man aus folgender Proportion:

$$9 : 79{,}7 = 4 : x, \text{ und daraus:}$$

$$x = \frac{79{,}7 \cdot 4}{9} = 35{,}31 \text{ Gramm.}$$

b) Die an der Kathode niedergeschlagene Menge y Kupfer resultirt aus folgender Proportion:

$$79{,}7 : 31{,}7 = 35{,}31 : y, \text{ folglich ist:}$$

$$y = \frac{31{,}7 \cdot 35{,}31}{79{,}7} = 14{,}044 \text{ Gramm.}$$

c) Aus 4 Gramm Wasser wurden: $4000 : 0{,}52 = 7692{,}3$ cbcm. Knallgas entwickelt.

d) Da die Einwirkung des Stromes eine Stunde gedauert hat, so ist die in einer Minute entwickelte Knallgasmenge, und daher auch die Stromstärke in chemischen Einheiten gleich:

$$7692{,}3 : 60 = 128{,}2 \text{ cbcm.}$$

e) Nach Aufgabe 322 ist: $\text{tang. } g^0 = \frac{128{,}2}{70} = 1{,}8314$, daher ist der Winkel: $g = 61^0\ 22'$.

345. *a)* Die in einer Minute entwickelte Knallgasmenge v ist nach Aufgabe 322 gleich:

$$v = 70 \text{ tang. } 25^0 = 70 \ . \ 0{,}4663 = 32{,}641 \text{ cbcm.};$$

folglich ist die Stromstärke gleich: 32,641 J. E.

b) Nachdem der Strom 10 Minuten lang gewirkt hat, so ist die in dieser Zeit entwickelte Knallgasmenge gleich:

$$32{,}641 \times 10 = 326{,}41 \text{ cbcm.};$$

folglich ist das Gewicht des zersetzten Wassers gleich:

$$326{,}41 \times 0{,}52 = 169{,}73 \text{ Milligramm.}$$

c) Diese Frage wird durch folgende Proportion gelöst, wenn x die gesuchte Menge des zersetzten Kupfervitriols bezeichnet:

$$9 : 79{,}7 = 169{,}73 : x; \text{ hieraus folgt:}$$

$x = \frac{79{,}7 \ . \ 169{,}73}{9} = 1503{,}053$ Milligramm Kupfervitriol wurden zersetzt.

d) Die Menge des niedergeschlagenen Kupfers wird nach folgender Proportion bestimmt: $79{,}7 : 31{,}7 = 1503{,}053 : y$; und daraus:

$$y = \frac{31{,}7 \ . \ 1503{,}053}{79{,}7} = 597{,}826 \text{ Milligramm.}$$

346. *a)* Um das Gewicht des zersetzten Kupfervitriols zu bestimmen, geht man von folgender Betrachtung aus. Damit 31,7 Gewichtstheile Kupfer niedergeschlagen werden, müssen 79,7 Gewichtstheile Kupfervitriol zersetzt werden. Wenn aber 40 Gewichtstheile Kupfer niedergeschlagen werden sollen, muss die zu bestimmende Menge x Kupfervitriol zersetzt werden. Es findet daher folgende Proportion hier statt: $31{,}7 : 79{,}7 = 40 : x$, und daraus: $x = \frac{79{,}7 \ . \ 40}{31{,}7} = 100{,}567$ Gramm.

b) Die Gewichtsmenge Wasser, welche unter denselben Widerstandsverhältnissen und in derselben Zeit in einem Knallgas-Voltameter zersetzt worden wäre, wird durch folgende Betrachtung bestimmt. 9 Gewichtstheile Wasser entsprechen 79,7 Gewichtstheilen Kupfervitriol; folglich entsprechen y Gewichtstheile Wasser 100,567 Gewichtstheilen Kupfervitriol. Es ist daher:

$$9 : 79{,}7 = y : 100{,}567; \text{ und daraus:}$$

$$y = \frac{9 \ . \ 100{,}567}{79{,}7} = 11{,}356 \text{ Gramm Wasser.}$$

c) Da 11,356 Gramm gleich sind 11356 Milligramm, so ist die entwickelte Knallgasmenge gleich: $11356 : 0{,}52 = 21838{,}463$ cbcm.

d) Da der Strom $1^1/_2$ Stunden oder 90 Minuten gewirkt hat, so ist die in einer Minute entwickelte Knallgasmenge gleich:

21838,463 : 90 = 242,649 cbcm.; demnach ist die Stromstärke gleich 242,649 J. E.

e) Der an der Tangentenboussole unter denselben Widerstandsverhältnissen hervorgebrachte Nadelausschlag wird nach der Aufgabe 327 bestimmt. Es ist daher, weil $v = 242,649$ und $V = 70$ ist: $\text{tang. } g^0 = \frac{242,649}{70} = 3,4664$; und daher: $g = 73^0\ 54'$.

347. *a)* In der Zeit von 1 Minute würden in einem Knallgas-Voltameter nach Aufgabe 322:
$70 \text{ tang. } 20^0 = 70 \ . \ 0,364 = 25,48$ cbcm. Knallgas entwickelt werden. Daher ist die Stromstärke gleich: 25,48 J. E.

b) Die in der Zeit von 10 Minuten in einem Knallgas-Voltameter unter denselben Widerstandsverhältnissen entwickelte Knallgasmenge würde gleich sein: $25,48 \ . \ 10 = 254,8$ cbcm.

c) Das Gewicht des zersetzten Wassers würde betragen:
$$254,8 \ . \ 0,52 = 132,496 \text{ Milligramm.}$$

d) Nach Aufgabe 340 *a)* erhält man die Menge x des zersetzten Kupfervitriols aus folgender Proportion: $9 : 79,7 = 132,496 : x$; und daraus folgt:
$$x = \frac{79,7 \ . \ 132,496}{9} = 1173,326 \text{ Milligramm.}$$

e) Nach Aufgabe 340 *b)* wird die Menge y des niedergeschlagenen Kupfers durch folgende Proportion bestimmt:
$$79,7 : 31,7 = 1173,326 : y, \text{ woraus folgt:}$$
$$y = \frac{31,7 \ . \ 1173,326}{79,7} = 466,68 \text{ Milligramm.}$$

f) Die Menge $x_,$ des zersetzten salpetersauren Silberoxydes wird nach Aufgabe 342 *a)* durch folgende Proportion bestimmt:
$$9 : 170 = 132,496 : x_,,$$
$$x_, = \frac{170 \ . \ 132,496}{9} = 2502,7 \text{ Milligramm.}$$

g) Nach Aufgabe 342 *b)* resultirt für die Menge $y_,$ des niedergeschlagenen Silbers aus folgender Proportion:
$$170 : 108 = 2502,7 : y_,,$$
$$y_, = \frac{108 \ . \ 2502,7}{170} = 1589,95 \text{ Milligramm.}$$

348. *a)* Da die Einwirkung des Stromes 10 Minuten angedauert hat, so ist die in einer Minute entwickelte Knallgasmenge gleich: $\frac{400}{10} = 40$ cbcm. Folglich ist die Stromstärke gleich: 40 J. E.

b) Nach Aufgabe 327 ist: $\text{tang. } g^0 = \frac{40}{70} = 0,5714$, der Ausschlagswinkel g ist daher gleich: $g = 29^0\ 44,6'$.

c) Das Gewicht des zersetzten Wassers ist gleich:
$$400 \times 0,52 = 208 \text{ Milligramm.}$$

d) Im Kupfervoltameter wurden zersetzt: $9 : 79,7 = 208 : x$,
$$x = \frac{79,7 \ . \ 208}{9} = 1841,95 \text{ Milligramm Kupfervitriol.}$$

e) An der Kathode wurden niedergeschlagen:

$$79,7 : 31,7 = 1841,95 : y,$$

$$y = \frac{31,7 \ . \ 1841,95}{79,7} = 732,62 \text{ Milligramm Kupfer.}$$

f) Im Silbervoltameter wurden zersetzt: $9 : 170 = 208 : x_{,,}$

$$x_{,} = \frac{170 \ . \ 208}{9} = 3906,6 \text{ Milligramm salpetersaures Silberoxyd.}$$

g) An der Kathode wurden niedergeschlagen:

$170 : 108 = 3906,6 : y_{,}$; $y_{,} = 2481,84$ Milligramm Silber.

C. IN DEN GALVANISCHEN ELEMENTEN.

349. Durch die Stärke des von der Batterie gelieferten Stromes, und durch die Zahl der zur Batterie verbundenen Elemente. Stromstärke und Elementenzahl stehen zum Materialverbrauch im direkten Verhältniss. Jedes Element wird als Zersetzungszelle betrachtet.

350. *a)* Zersetzt wurden: $9 : 79,7 = 250 : x,$

$$x = \frac{79,7 \ . \ 250}{9} = 2213,9 \text{ Milligramm Kupfervitriol.}$$

b) Niedergeschlagen wurden: $79,7 : 31,7 = 2213,9 : x,$

$$x = \frac{31,7 \ . \ 2213,9}{79,7} = 880,65 \text{ Milligramm Kupfer.}$$

c) 250 Milligramm Wasser geben:

$250 : 0,52 = 481,923$ cbcm. Knallgas.

d) Da die Wirkung des Stromes 10 Minuten angedauert hat, so ist die in einer Minute entwickelte Knallgasmenge gleich:

$481,923 : 10 = 48,1923$ cbcm.

Folglich ist die Stromstärke gleich: 48,1923 J. E.

e) Nach Aufgabe 327 ist: $\text{tang. } g^0 = \frac{48,1923}{70} = 0,6884.$

Folglich ist der Ausschlagswinkel g gleich: $g = 34^0 \ 32,2'$.

f) Nachdem in 9 Gewichtstheilen Wasser 8 Gewichtstheile Sauerstoff enthalten sind, so bestimmt sich die in 250 Gewichtstheilen Wasser enthaltene Sauerstoffmenge x nach folgender Proportion:

$9 : 8 = 250 : x$; $x = 222,2$ Milligramm Sauerstoff.

g) Nachdem sich die ganze im vorigen Punkte bestimmte Sauerstoffmenge mit dem Zink zu Zinkoxyd verbunden hat und überdies 8 Gewichtstheile Sauerstoff mit 32,6 Gewichtstheilen Zink eine chemische Verbindung eingehen, so bestimmt sich die oxydirte Gewichtsmenge Zink nach folgender Proportion:

$$8 : 32,6 = 222,2 : x,$$

$$x = \frac{32,6 \ . \ 222,2}{8} = 905,47 \text{ Milligramm.}$$

h) Die Schwefelsäure (SO_3) besteht aus 16 Gewichtstheilen Schwefel und aus $3 \times 8 = 24$ Gewichtstheilen Sauerstoff, daher zusammen aus 40 Gewichtstheilen. Um die aus dem Kupfervitriol frei werdende und mit dem Zinkoxyd zu schwefelsaurem Zinkoxyd sich verbindende Schwefelsäure zu bestimmen, geht man von folgender Betrachtung aus.

Wenn in 79,7 Gewichtstheilen Kupfervitriol 40 Gewichtstheile Schwefelsäure enthalten sind, wie viel Gewichtstheile Schwefelsäure sind in der Punkt *a)* bestimmten Kupfervitriolmenge von 2213,9 Milligramm enthalten? Es findet sich daher aus folgender Proportion, dass: $79,7 : 40 = 2213,9 : x$,

$$x = \frac{40 \,.\, 2213,9}{79,7} = 1111,1167$$ Milligramm Schwefelsäure

aus dem Kupfervitriol ausgeschieden und mit dem Zinkoxyd zu schwefelsaurem Zinkoxyd $(SO_3\,ZnO)$ verbunden wurden.

351. *a)* Die in einer Minute entwickelte Knallgasmenge ist gleich: $1000 : 20 = 50$ cbcm.

Folglich ist die Stromstärke gleich 50 J. E.

b) tang. $g^0 = \frac{50}{70} = 0,7143$, woraus für den Ausschlagswinkel resultirt: $g = 35^0\ 32'$.

c) Das Gewicht des zersetzten Wassers ist:

$1000 \times 0,52 = 520$ Milligramm.

d) Im Element wurden zersetzt: $9 : 79,7 = 520 : x$,

$$x = \frac{79,7 \,.\, 520}{9} = 4604,9$$ Milligramm Kupfervitriol.

e) Aus dem Kupfervitriol wurden niedergeschlagen:

$79,7 : 31,7 = 4604,9 : x$,

$$x = \frac{31,7 \,.\, 4604,9}{79,7} = 1806,46$$ Milligramm Kupfer.

f) In 520 Milligramm Wasser ist Sauerstoff vorhanden: $8 : 9 = x : 520$,

$$x = \frac{8 \,.\, 520}{9} = 462,2$$ Milligramm.

g) Nachdem im Element dieselbe Wassermenge wie im Voltameter zersetzt wurde, so haben sich 462,2 Milligramm Sauerstoff mit dem Zink zu Zinkoxyd verbunden.

Da sich 8 Gewichtstheile Sauerstoff mit 32,6 Gewichtstheilen Zink verbinden, so ist die oxydirte Menge Zink aus folgender Proportion bestimmbar: $8 : 32,6 = 462,2 : x$,

$$x = \frac{32,6 \times 462,2}{8} = 1883,47$$ Milligramm.

h) Nach Aufgabe 350 *h)* ist die aus dem Kupfervitriol abgeschiedene und mit dem Zinkoxyd zu schwefelsaurem Zinkoxyd verbundene Schwefelsäure gleich: $79,7 : 40 = 4604,9 : x$,

$$x = \frac{40 \,.\, 4604,9}{79,7} = 2311,12$$ Milligramm.

352. *a)* Die in einer Minute entwickelte Knallgasmenge ist gleich: 70 tang. $50^0 = 70 \,.\, 1,1918 = 83,426$ cbcm. Daher ist die Stromstärke gleich: 83,426 J. E.

b) Die in 20 Minuten entwickelte Knallgasmenge würde gleich sein:

$83,426 \times 20 = 1668,52$ cbcm.

c) Das Gewicht des zersetzten Wassers wäre gleich:

$1668,52 \times 0,52 = 867,63$ Milligramm.

d) Im Element wurden zersetzt: 9 : 79,7 = 867,63 : x,

$$x = \frac{79,7 \,.\, 867,63}{9} = 7683,346 \text{ Milligramm Kupfervitriol.}$$

e) Es wurden niedergeschlagen: 79,7 : 31,7 = 7683,346 : x,

$$x = \frac{31,7 \,.\, 7683,346}{79,7} = 3055 \text{ Milligramm Kupfer.}$$

f) In der zersetzten Wassermenge sind enthalten:

9 : 8 = 867,63 : x,

$$x = \frac{8 \,.\, 867,63}{9} = 771,227 \text{ Milligramm Sauerstoff.}$$

g) Mit dem Sauerstoff haben sich zu Zinkoxyd verbunden:

8 : 32,6 = 771,227 : x,

$$x = \frac{32,6 \,.\, 771,227}{8} = 3142,75 \text{ Milligramm Zink.}$$

h) Aus dem Kupfervitriol wurden ausgeschieden:

79,7 : 40 = 7683,346 : x,

$$x = \frac{40 \,.\, 7683,346}{79,7} = 3856,13 \text{ Milligramm Schwefelsäure,}$$

welche sich mit dem Zink zu schwefelsaurem Zinkoxyd verbunden haben.

353. *a)* Mit zwei Gramm Zink haben sich verbunden:

32,6 : 8 = 2000 : x,

$$x = \frac{8 \times 2000}{32,6} = 490,8 \text{ Milligramm Sauerstoff.}$$

b) Im Element wurden zersetzt: 8 : 9 = 490,8 : x,

$$x = \frac{9 \,.\, 490,8}{8} = 552,15 \text{ Milligramm Wasser.}$$

c) Wäre gerade so gross als die im Element zersetzte Wassermenge, daher gleich: 552,15 Milligramm.

d) Die entwickelte Knallgasmenge würde betragen:

552,15 : 0,52 = 1061,827 cbcm.

e) Da die Einwirkung des Stromes 15 Minuten gedauert hat, so ist die in einer Minute entwickelte Knallgasmenge gleich: 1061,827 : 15 = 70,7885 cbcm.; daher die Stromstärke gleich: 70,7885 J. E.

f) Aus der Gleichung tang. $g^0 = \frac{v}{V}$ folgt:

$$\text{tang. } g = \frac{70,7885}{70} = 1,0111;$$

folglich ist der Ausschlagswinkel gleich: $g = 45^0\ 19'$.

g) Im Element wurden zersetzt: 9 : 79,7 = 552,15 : x,

$$x = \frac{79,7 \,.\, 552,15}{9} = 4889,6 \text{ Milligramm Kupfervitriol.}$$

h) Niedergeschlagen wurden: 79,7 : 31,7 = 4889,6 : x,

$$x = \frac{31,7 \,.\, 4889,6}{79,7} = 1947,3 \text{ Milligramm Kupfer.}$$

i) Aus dem Kupfervitriol wurden ausgeschieden:

79,7 : 40 = 4889,6 : x,

$x = \frac{40 \ . \ 4889,6}{79,7} = 2454$ Milligramm Schwefelsäure, welche sich mit dem Zinkoxyd zu schwefelsaurem Zinkoxyd verbunden haben.

354. *a)* Mit 72 Gramm Zink haben sich verbunden:

$32,6 : 8 = 72 : x; \ x = \frac{8,72}{32,6} = 17,67$ Gramm Sauerstoff.

b) Im Element wurden hiebei zersetzt: $8 : 9 = 17,67 : x$,

$$x = \frac{17,67 \ . \ 9}{8} = 19,88 \text{ Gramm Wasser.}$$

c) Würde gerade so gross sein, als die im Elemente zersetzte Wassermenge beträgt, daher gleich: 19,88 Gramm.

d) Die entwickelte Knallgasmenge wäre gleich:

$$19880 : 0,52 = 38230,77 \text{ cbcm.}$$

e) Nachdem die Einwirkung des Stromes 12 Stunden gedauert hat, so ist die in einer Minute entwickelte Knallgasmenge gleich:

$$\frac{38230,77}{12 \ . \ 60} = 53,1 \text{ cbcm.};$$

demnach ist die Stromstärke gleich: 53,1 J. E.

f) Aus tang. $g^0 = \frac{53,1}{70} = 0,7585$ folgt für den Ausschlagswinkel: $g = 37^0 \ 10,8'$.

g) Im Element wurden zersetzt: $9 : 79,7 = 19,88 : x$,

$$x = \frac{79,7 \ . \ 19,88}{9} = 176,05 \text{ Gramm Kupfervitriol.}$$

h) Niedergeschlagen wurden: $79,7 : 31,7 = 176,05 : x$,

$$x = \frac{31,7 \ . \ 176,05}{79,7} = 70,0224 \text{ Gramm Kupfer.}$$

i) Aus dem Kupfervitriol wurden ausgeschieden:

$$79,7 : 40 = 176,05 : x,$$

$x = \frac{40 \ . \ 176,05}{79,7} = 88,1$ Gramm Schwefelsäure, welche mit dem Zinkoxyd zu schwefelsaurem Zinkoxyd verbunden wurde.

355. Zuerst muss die Sauerstoffmenge bestimmt werden, welche sich mit 2 Gramm Zink zu verbinden im Stande ist. Diese findet sich aus folgender Proportion: $32,6 : 8 = 2000 : x$,

$$x = \frac{8 \ . \ 2000}{32,6} = 490,8 \text{ Milligramm Sauerstoff.}$$

Nun muss diejenige Menge Wasser bestimmt werden, aus welcher 490,8 Milligramm Sauerstoff ausgeschieden wurden. Diese findet sich, wie folgt: $8 : 9 = 490,8 : x$,

$$x = \frac{9 \ . \ 490,8}{8} = 552,15 \text{ Milligramm Wasser.}$$

552,15 Milligramm Wasser geben: $552,15 : 0,52 = 1061,827$ cbcm. Knallgas. Da durch den Strom in 1 Minute 1 cbcm. Knallgas entwickelt wird, so ist die Zeit, in welcher 1061,827 cbcm. Knallgas entwickelt wurden, gleich:

$$1061{,}827 \text{ Minuten oder } \frac{1061{,}827}{60} = 17{,}697 \text{ Stunden.}$$

Es werden sich daher im Elemente 2 Gramm Zink in 17,697 Stunden aufgelöst haben.

356. In 20 Stunden würden 60 . 20 = 1200 cbcm. Knallgas an einem unter denselben Widerstandsverhältnissen in den Stromkreis eingeschalteten Voltameter entwickelt werden.

Die Wassermenge, aus welcher 1200 cbcm. Knallgas entwickelt werden können, ist gleich: 1200 × 0,52 = 624 Milligramm.

Dieselbe Wassermenge wird auch im Element zersetzt.

Die Sauerstoffmenge, welche in dieser Wassermenge enthalten ist, ist gleich: $9 : 8 = 624 : x$; $x = \frac{8 \;.\; 624}{9} = 554{,}6$ Milligramm.

Diese Sauerstoffmenge hat sich mit dem Zink zu Zinkoxyd verbunden. Um daher die 554,6 Milligramm Sauerstoff äquivalente Menge Zink zu bestimmen, dient folgende Proportion: $8 : 32{,}6 = 554{,}6 : x$,

$$x = \frac{32{,}6 \;.\; 554{,}6}{8} = 2259{,}995 \text{ Milligramm.}$$

Es werden sich daher im Elemente binnen 20 Stunden 2259,995 Milligramm Zink aufgelöst haben.

357. *a)* Die in einer Minute in einem Voltameter entwickelte Knallgasmenge würde betragen:

$$70 \text{ tang. } 38^0 = 70 \;.\; 0{,}7813 = 54{,}691 \text{ cbcm.};$$

folglich ist die Stromstärke gleich: 54,691 J. E.

b) Da der Strom 20 Minuten gewirkt hat, so würden: 54,691 × 20 = 1093,82 cbcm. Knallgas entwickelt werden.

c) Das Gewicht des zersetzten Wassers würde betragen:

$$1093{,}82 \times 0{,}52 = 568{,}79 \text{ Milligramm.}$$

Da jedes einzelne Element als Zersetzungszelle betrachtet wird, so zersetzen sich auch in jedem Element 568,79 Milligramm Wasser, daher zusammen: 568,79 × 6 = 3412,74 Milligramm.

d) In der zersetzten Wassermenge des Voltameters ist Sauerstoff enthalten: $9 : 8 = 568{,}79 : x$,

$$x = \frac{8 \;.\; 568{,}79}{9} = 505{,}6 \text{ Milligramm.}$$

e) In jedem einzelnen Element haben sich 505,6 Milligramm Sauerstoff mit dem Zink zu Zinkoxyd verbunden. Die dieser Sauerstoffmenge äquivalente Menge Zink ergibt sich für jedes Element aus folgender Proportion mit: $8 : 32{,}6 = 505{,}6 : x$,

$$x = \frac{32{,}6 \;.\; 505{,}6}{8} = 2060{,}32 \text{ Milligramm;}$$

folglich ist die in allen 6 Elementen oxydirte Menge Zink gleich: 2060,32 × 6 = 12361,92 Milligramm oder gleich: 12,36192 Gramm.

f) Die in jedem Element zersetzte Menge Kupfervitriol ergibt sich aus folgender Proportion: $9 : 79{,}7 = 568{,}79 : x$,

$$x = \frac{79{,}7 \;.\; 568{,}79}{9} = 5036{,}95 \text{ Milligramm;}$$

Daher ist die in allen 6 Elementen zersetzte Menge Kupfervitriol gleich: 5036,95 $\times$ 6 = 30221,7 Milligramm oder 30,2217 Gramm.

g) In jedem einzelnen Element hat sich Kupfer niedergeschlagen:

$$79{,}7 : 31{,}7 = 5036{,}95 : x,$$

$$x = \frac{31{,}7 \,.\, 5036{,}97}{79{,}7} = 2003{,}4 \text{ Milligramm oder: } 2{,}0034 \text{ Gramm.}$$

Das Gewicht des in allen 6 Elementen niedergeschlagenen Kupfers ist daher gleich: 2,0034 $\times$ 6 = 12,0204 Gramm.

h) In jedem einzelnen Element wurde aus dem Kupfervitriol Schwefelsäure ausgeschieden: 79,7 : 40 = 2003,4 : x,

$$x = \frac{40 \,.\, 2003{,}4}{79{,}7} = 1005{,}46 \text{ Milligramm.}$$

In allen sechs Elementen wurden daher ausgeschieden:

1005,46 $\times$ 6 = 6032,76 Milligramm oder: 6,03276 Gramm.

VI.

DER EXTRASTROM.

358. Die in jeder einzelnen Umwindung einer Spirale erregte elektromotorische Kraft steht im direkten Verhältniss zum primären oder Hauptstrome.

359. Die Stärke des Extrastromes hängt ab von der Zahl der Umwindungen der Spirale, von der Stärke der in jeder Umwindung erregten elektromotorischen Kraft und vom Widerstande sowohl der Spirale als auch des Schliessungsbogens.

360. Der Widerstand des ganzen Stromkreises ist gleich: $a + b + w$.

a) Da das Relais n Windungen von der elektromotorischen Kraft e hat, so ist der Extrastrom wie jeder andere galvanische Strom gleich: $s = \frac{ne}{a + b + w}$.

b) Der primäre Hauptstrom ist gleich: $S = \frac{E}{a + b + w}$.

Da der Extrastrom im Momente seines Entstehens dem Hauptstrome entgegengesetzt gerichtet ist, so ist die Kraft, welche in diesem Momente auf das Relais einwirkt, gleich:

$$S - s = \frac{E}{a + b + w} - \frac{ne}{a + b + w} = \frac{E - ne}{a + b + w}.$$

361. Der von der Batterie gelieferte erste Hauptstrom ist gleich: $S = \frac{E}{w + a}$, während der zweite Hauptstrom gleich ist: $S_, = \frac{E}{w + b}$.

a) Nach Aufgabe 258 stehen die in jeder einzelnen Windung erregten elektromotorischen Kräfte e und $e_,$ mit den Hauptströmen S und $S_,$ im direkten Verhältniss. Es ist daher:

$$e : e_, = S : S_, = \frac{E}{w + a} : \frac{E}{w + b}; \text{ oder: } e : e_, = (w + b) : (w + a);$$

d. h. die elektromotorischen Kräfte stehen mit den entsprechenden Widerständen im umgekehrten Verhältniss.

Hieraus folgt: $e_, = \frac{e(w + a)}{(w + b)}$ .... α.

b) Der erste Extrastrom ist gleich: $s = \frac{me}{w + a}$;

der zweite Extrastrom ist gleich: $s_, = \frac{ne_,}{w + b}$.

Folglich ist das Verhältniss der Extraströme ausgedrückt durch:

$$s : s_, = \frac{me}{w + a} : \frac{ne_,}{w + b}.$$

Wird in diese Verhältnissgleichung der für $e_,$ erhaltene Werth aus der Gleichung α substituirt, so ist:

$$s : s_, = \frac{me}{w + a} : \frac{n}{w + b} \cdot \frac{e(w + a)}{w + b};$$

hieraus folgt: $s : s_, = m(w + b)^2 : n(w + a)^2$; die durch ein und dieselbe Batterie in zwei verschiedenen Relais hervorgerufenen Extraströme stehen mit den Windungszahlen im direkten und mit den Quadraten der ihnen entsprechenden Widerstände aber im umgekehrten Verhältniss.

c) Die im Momente des Entstehens der Extraströme einwirkenden Kräfte sind:

auf das erste Relais: $S - s = \frac{E - me}{w + a}$; und

auf das zweite Relais: $S_, - s_, = \frac{E - ne_,}{w + b}$.

362. Aus voriger Aufgabe Punkt *a)* folgt: $e = e_,$; bei gleichen Widerständen sind die induzirten elektromotorischen Kräfte einander gleich.

Aus Punkt *b)* folgt: $s : s_, = m : n$.

Aus Punkt *c)* folgt: $S - s = \frac{E - me}{w + a}$, und:

$$S_, - s_, = \frac{E - ne}{w + a} = S - s_,.$$

363. In der Aufgabe 361 bleibt das im Punkt *a)* erhaltene Resultat unverändert.

Aus Punkt *b)* folgt: $s : s_, = (w + b)^2 : (w + a)^2$.

Aus Punkt *c)* resultirt: $S - s = \frac{E - me}{w + a}$, und:

$$S_, - s_, = \frac{E - me_,}{w + b}.$$

364. Aus der Aufgabe 361 Punkt *a)* folgt: $e = e_,$.

Da $m = An$ ist, so folgt aus Punkt *b)*: $s : s_, = An : n = A : 1$, oder: $s = s_, A$. Der im Relais a hervorgerufene Extrastrom ist in diesem Falle A mal grösser, als jener im Relais b hervorgerufene.

Aus Punkt *c)* folgt: $S - s = \frac{E - Ane}{w + a}$, und:

$$S_, - s_, = \frac{E - ne}{w + a} = S - s_,.$$

365. Der erste Hauptstrom ist gleich: $S = \frac{E}{a + l}$;

der zweite Hauptstrom ist gleich: $S_{,} = \frac{E}{b + x}$.

Bezeichnet e die durch den ersten und $e_{,}$ die durch den zweiten Hauptstrom erregte elektromotorische Kraft in jeder Windung der Relais, so ist: $e : e_{,} = \frac{E}{a + l} : \frac{E}{b + x} = (b + x) : (a + l)$.

Hieraus folgt: $e_{,} = \frac{e(a + l)}{b + x}$.

Der im ersten Relais hervorgerufene Extrastrom ist gleich: $\frac{me}{a + l}$;

und jener im zweiten Relais hervorgerufene ist gleich: $\frac{ne_{,}}{b + x}$.

Da diese Extraströme gleich sein sollen, so folgt: $\frac{me}{a + l} = \frac{ne_{,}}{b + x}$.

Wird der obige Werth von $e_{,}$ in diese Gleichung substituirt, so erhält man: $\frac{me}{a + l} = \frac{n}{b + x} \cdot \frac{e(a + l)}{b + x}$. Hieraus folgt: $m(b + x)^2 = n(a + l)^2$,

oder: $b + x = (a + l)\sqrt{\frac{n}{m}}$, und daraus folgt:

$$x = (a + l)\sqrt{\frac{n}{m}} - b \text{ für den Widerstand der Leitung.}$$

366. $x = (10 + 60)\sqrt{\frac{1600}{400}} - 30 = 110.$

367. Bezeichnet e die beim ersten Relais in jeder einzelnen Windung durch die Stromstärke S induzirte elektromotorische Kraft, so ist der Extrastrom gleich: $\frac{me}{a + l}$. Der im zweiten Relais hervorgerufene Extrastrom ist, wenn $e_{,}$ die durch die Stromstärke $S_{,}$ in jeder einzelnen Windung dieses Relais erregte elektromotorische Kraft bedeutet, gleich: $\frac{ne_{,}}{a + l}$.

Da diese beiden Extraströme gleich sein sollen, so ist:

$$\frac{me}{a + l} = \frac{ne_{,}}{a + l}; \text{ folglich auch: } me = ne_{,}.$$

Hieraus folgt: $e_{,} = \frac{me}{n}$.

Nachdem die in jeder einzelnen Windung erregten elektromotorischen Kräfte im direkten Verhältniss zu den Hauptströmen stehen, so ist: $e : e_{,} = S : S_{,}$.

Wird für $e_{,}$ der oben erhaltene Werth substituirt, so folgt:

$$S : S_{,} = e : \frac{me}{n} = n : m.$$

Die Stromstärken müssen daher im umgekehrten Verhältniss zu den Windungszahlen der Relais stehen.

368. Für $n = 2m$ folgt: $S : S_{,} = 2m : m = 2 : 1$, oder: $S = 2 S_{,}$. In diesem Falle muss die erste Stromstärke zweimal so gross sein als die zweite, wenn gleich starke Extraströme hervorgerufen werden sollen.

369. Dub gibt hiefür folgende Erklärung:

Die durch ein Element hervorgerufene Stromstärke ist gleich: $S = \frac{E}{r + w}$. Bezeichnet e die durch diesen Strom in jeder Windung des Relais erregte elektromotorische Kraft und wird angenommen, dass m Windungen vorhanden sind, so ist der Extrastrom gleich: $s = \frac{me}{r + w}$. Die auf das Relais im Momente des Entstehens des Extrastromes einwirkende Kraft ist daher gleich:

$$S - s = \frac{E}{r + w} - \frac{me}{r + w} = \frac{E - me}{r + w}.$$

Bei Anwendung von 12 Elementen wird die Stromstärke durch Einschaltung eines Rheostatwiderstandes l jener eines Elementes gleich gemacht. Es ist daher: $S = \frac{12 E}{r + 12 w + l}$.

Da gleichstarke Hauptströme auch gleiche elektromotorische Kräfte induziren, so ist der Extrastrom in diesem Falle gleich:

$$s_{,} = \frac{me}{r + 12 w + l}.$$

Folglich ist die Kraft, welche im Momente des Entstehens des Extrastromes in diesem Falle auf das Relais einwirkt, gleich:

$$S - s_{,} = \frac{12 E}{r + 12 w + l} - \frac{me}{r + 12 w + l} = \frac{12 E - me}{r + 12 w + l}.$$

Aus der Betrachtung der für die Extraströme s und $s_{,}$ aufgestellten Gleichungen geht hervor, dass $s > s_{,}$ ist. Aus diesem Grunde ist auch die Differenz $S - s$ kleiner als jene $S - s_{,}$, d. h. die Kraft, welche im Momente des Entstehens des Extrastromes auf das Relais einwirkt, ist bei der durch ein Element gelieferten Stromstärke kleiner, als bei jener, welche durch 12 Elemente geliefert wird. Da hiedurch der rasche Ankeranzug bedingt wird, so ist klar, dass bei Anwendung von 12 Elementen mehr Zeichen hervorgebracht werden, als bei Anwendung nur eines Elements, wenngleich die Stromstärken gleich sind.

370. Die folgende Figur stellt diesen Fall dar.

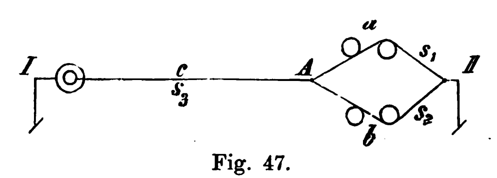


Fig. 47.

c ist der Widerstand einer Leitung, welche einerseits mit der Batterie von der elektromotorischen Kraft E in der Station I, andererseits aber mit den parallel geschalteten Elektromagneten von den Widerständen a und b in der Station II im Punkte A verbunden ist. Sobald die galvanische Batterie geschlossen wird, entstehen in den Elektromagneten Extraströme, welche den primären Strömen entgegengesetzt sind.

Man kann daher die Elektromagnete als Sitz von elektrischen Kräften ansehen, welche dem Hauptstrome und daher auch einander entgegen wirken.

m und n bezeichnet die Zahl der Windungen der Elektromagnete a und b; e und $e_{,}$ die elektromotorischen Kräfte, welche in jeder einzelnen Windung derselben nach Durchgang des galvanischen Stromes induzirt werden.

Wenn $s_{,}$, s_2 und s_3 die in den einzelnen Theilen nach Auftreten der Extraströme vorhandenen Stromwirkungen bezeichnen, so ist den Gesetzen von Kirchhoff zufolge:

$$s_{,} + s_2 + s_3 = 0;$$
$$s_3\, c - s_{,}a = E - me;$$
$$s_3\, c - s_2 b = E - ne_{,}.$$

Daraus folgt:

$$s_3 = \frac{E(a + b) - meb - ne_{,}a}{ab + ac + bc} \quad \text{I,}$$

$$s_2 = \frac{ne_{,}(a + c) - mec - Ea}{ab + ac + bc} \quad \text{II,}$$

$$s_{,} = \frac{me(b + c) - ne_{,}c - Eb}{ab + ac + bc} \quad \text{III.}$$

Damit die Wirkungen der Extraströme auf das Relais a sich kompensiren, muss in der Gleichung III sein:

$$me(b + c) = ne_{,}c \quad \text{IV.}$$

In diesem Falle ist dann:

$$s_{,} = \frac{-Eb}{ab + ac + bc}.$$

Wenn es also gelingt, der Gleichung IV Genüge zu leisten, so wird das Relais a vom galvanischen Strome allein durchflossen und befähigt sein, die möglichst raschesten Zeichen zu produziren.

Um nun in der Gleichung IV die elektromotorischen Kräfte e und $e_{,}$ zu eliminiren, braucht man nur die Proportion aufzustellen, welcher zufolge die induzirten elektromotorischen Kräfte e und $e_{,}$ mit den primären Strömen im direkten Verhältniss stehen.

Es ist daher:

$$e : e_{,} = \frac{Eb}{ab + ac + bc} : \frac{Ea}{ab + ac + bc},$$

oder: $e : e_{,} = b : a$,

woraus folgt:

$$e_{,} = \frac{a \,.\, e}{b} \quad \text{V.}$$

Bei Substituirung dieses Werthes in die Gleichung IV folgt:

$$mb(b + c) = nac$$

und daraus:

$$n = \frac{mb(b + c)}{ac} \quad \text{VI}$$

für die Windungszahl, welche der Elektromagnet haben muss, damit die Wirkungen der im Relais a auftretenden Extraströme kompensirt werden.

Bezeichnen q und $q_{,}$ die Querschnitte der zur Erzeugung der Elektromagnete a und b in Verwendung genommenen Drähte, und nimmt man die Umwindungszahlen m und n direkt als die Längen der Umwicklungsdrähte an, — was streng genommen nicht zutrifft, — so folgt aus folgender Proportion:

$$a : b = \frac{m}{q} : \frac{n}{q_{,}} = m q_{,} : n q,$$

für den Querschnitt $q_{,}$ des zur Herstellung des Elektromagnetes b genommenen Drahtes:

$$q_{,} = \frac{a n q}{m b}.$$

Wird in diese Gleichung der Werth von n aus der Gleichung VI substituirt, so folgt:

$$q_{,} = \frac{q(b + c)}{c}$$

für den Querschnitt des zur Herstellung des Elektromagnetes b in Verwendung zu nehmenden Drahtes.

Näheres hierüber im Journ. télégraphique, Bern, J. 1878, und in Technische Blätter, Prag, J. 1878. Kovačević: Die Einrichtung eines Compensations-Relais.

ANHANG.

I. TAFEL

DER SPEZIFISCHEN LEITUNGSWIDERSTÄNDE EINIGER METALLE BEI 0° TEMPERATUR, WENN JENER DES QUECKSILBERS = 1 IST.

Namen der Metalle	Matthiessen	Müller	Namen der Metalle	Matthiessen	Müller
Quecksilber .	1,0000	1,0000	Eisen	0,1129	0,1176
Silber	0,0163	0,0154	Platin	0,1548	0,1314
Kupfer	0,0210	0,0182	Blei	0,2098	0,3250
Zink	0,0594	0,0857	Neusilber ...	0,2125	0,3527

II. TAFEL

DER CHEMISCHEN ÄQUIVALENTENZAHLEN (NACH MÜLLER).

Es verbinden sich 8 Gewichtstheile Sauerstoff *(O)* mit:

16	Gew.-Th.	Schwefel	*S*	103,5	Gew.-Th.	Blei	*Pb*
14	„ „	Stickstoff ...	*N*	28	„ „	Eisen	*Fe*
35,5	„ „	Chlor	*Cl*	32,6	„ „	Zink......	*Zn*
31	„ „	Phosphor....	*P*	1	„ „	Wasserstoff	*H*
14	„ „	Silicium.....	*Si*	27,5	„ „	Mangan ...	*Mn*
6	„ „	Kohlenstoff ..	*C*	13,7	„ „	Aluminium	*Al*
108	„ „	Silber	*Ag*	20	„ „	Calcium...	*Ca*
100	„ „	Quecksilber .	*Hg*	23	„ „	Natrium ..	*Na*
31,7	„ „	Kupfer	*Cu*	39,1	„ „	Kalium ...	*K*

III. TAFEL

DER TRIGONOMETRISCHEN LINIEN.

Aufsuchung der, gegebenen Winkeln entsprechenden trigonometrischen Linien, Sinus und Tangente, und umgekehrt. Ist der Winkel, zu welchem die trigonometrische Linie, und die trigonometrische Linie, zu welcher der Winkel gesucht wird, in der Tafel, welche die trigonometrischen Linien sämmtlicher Winkel von 10 zu 10 Grad enthält, vorhanden, so bedarf der Vorgang keiner weitern Erklärung.

Sind jedoch die Minuten der Winkel, zu welchen die trigonometrische Linie gesucht wird, nicht in der Tafel enthalten, so wird die Interpolation angewendet.

Zu diesem Behufe wird in der Tafel der dem gegebenen Winkel nächst gelegene kleinere und grössere Winkel (Grenzwinkel) aufgesucht, und die Differenz D ihrer trigonometrischen Linien gemacht. Da diese der Winkeldifferenz von 10 Minuten entspricht, so ist es nur nothwendig, die Differenz d der trigonometrischen Linien zu bestimmen, welche der Winkeldifferenz a Minuten — zwischen dem gegebenen und dem kleineren Grenzwinkel — entspricht, was durch folgende Proportion geschieht:

$$D : 10 = d : a,$$

woraus folgt:

$$d = \frac{a\,D}{10} \quad \ldots\ldots \quad 1.$$

Wird diese Differenz zur trigonometrischen Linie des kleinern Grenzwinkels addirt, so erhält man die gesuchte trigonometrische Linie des gegebenen Winkels:

$$\text{sin. } 38^0\ 27' = \text{sin. } 38^0\ 20' + d;\ a = 7;\ D = 23,$$

$$\text{sin. } 38^0\ 20' = 0{,}6202;\ d = \frac{7\ .\ 23}{10} = 16{,}1,$$

$$\text{sin. } 38^0\ 27' = 0{,}6202 + 16 = 0{,}6218.$$

$$\text{tang. } 40^0\ 18' = \text{tang. } 40^0\ 10' + d;\ a = 8;\ D = 50,$$

$$\text{tang. } 40^0\ 10' = 0{,}8441;\ d = \frac{8\ .\ 50}{10} = 40,$$

$$\text{tang. } 40^0\ 18' = 0{,}8441 + 40 = 0{,}8481.$$

Soll zu einer in der Tafel nicht enthaltenen trigonometrischen Linie der Winkel gesucht werden, so wird gleichfalls die Interpolation angewendet, und es muss in erster Linie die Winkeldifferenz a Minuten zwischen dem gesuchten und dem nächstkleinern Grenzwinkel bestimmt werden. Aus der Gleichung 1 folgt hiefür:

$$a = \frac{10\ .\ d}{D}.$$

Man dividirt daher die zehnfache Differenz d der gegebenen und der nächstkleinern trigonometrischen Linie durch die Differenz D der beiden nächstgelegenen Linien, um die Winkeldifferenz a Minuten zu erhalten.

Wird diese nun zum Winkel der nächstkleinern trigonometrischen Linie addirt, so erhält man den gesuchten Winkel zur gegebenen trigonometrischen Linie:

$$\text{sin. } x = 0{,}4605,$$

$$x = 27^0\ 20' + a';\ a = \frac{10\ (4605 - 4592)}{25} = 5{,}2',$$

$$x = 27^0\ 20' + 5{,}2' = 27^0\ 25{,}2',$$

$$\text{tang. } x = 0{,}6598,$$

$$x = 33^0\ 20' + a';\ a = \frac{10\ (6598 - 6577)}{42} = 5',$$

$$x = 33^0\ 20' + 5' = 33^0\ 25'.$$

Winkel Grad	Winkel Min.	Sinus	Cosinus	Tangente	Co-tangente	Winkel Grad	Winkel Min.
0	0	0,0000	1,0000	0,0000	∞	90	0
	10	0,0029	1,0000	0,0029	343,77		50
	20	0,0058	1,0000	0,0058	171,89		40
	30	0,0087	1,0000	0,0087	114,59		30
	40	0,0116	0,9999	0,0116	85,940		20
	50	0,0145	0,9999	0,0145	68,750		10
1	0	0,0175	0,9998	0,0175	57,290	89	0
	10	0,0204	0,9998	0,0204	49,104		50
	20	0,0233	0,9997	0,0233	42,964		40
	30	0,0262	0,9997	0,0262	38,188		30
	40	0,0291	0,9996	0,0291	34,368		20
	50	0,0320	0,9995	0,0320	31,242		10
2	0	0,0349	0,9994	0,0349	28,636	88	0
	10	0,0378	0,9993	0,0378	26,432		50
	20	0,0407	0,9992	0,0407	24,542		40
	30	0,0436	0,9990	0,0437	22,904		30
	40	0,0465	0,9989	0,0466	21,470		20
	50	0,0494	0,9988	0,0495	20,206		10
3	0	0,0523	0,9986	0,0524	19,081	87	0
	10	0,0552	0,9985	0,0553	18,075		50
	20	0,0581	0,9983	0,0582	17,169		40
	30	0,0610	0,9981	0,0612	16,350		30
	40	0,0640	0,9980	0,0641	15,605		20
	50	0,0669	0,9978	0,0670	14,924		10
4	0	0,0698	0,9976	0,0699	14,301	86	0
	10	0,0727	0,9974	0,0729	13,727		50
	20	0,0756	0,9971	0,0758	13,197		40
	30	0,0785	0,9969	0,0787	12,706		30
	40	0,0814	0,9967	0,0816	12,251		20
	50	0,0843	0,9964	0,0846	11,826		10
5	0	0,0872	0,9962	0,0875	11,430	85	0
Grad	Min.	Cosinus	Sinus	Co-tangente	Tangente	Grad	Min.
Winkel						Winkel	

Winkel Grad	Winkel Min.	Sinus	Cosinus	Tangente	Co-tangente	Winkel Grad	Winkel Min.
5	0	0,0872	0,9962	0,0875	11,430	85	0
	10	0,0901	0,9959	0,0904	11,059		50
	20	0,0929	0,9957	0,0934	10,712		40
	30	0,0958	0,9954	0,0963	10,385		30
	40	0,0987	0,9951	0,0992	10,078		20
	50	0,1016	0,9948	0,1022	9,7882		10
6	0	0,1045	0,9945	0,1051	9,5144	84	0
	10	0,1074	0,9942	0,1080	9,2553		50
	20	0,1103	0,9939	0,1110	9,0098		40
	30	0,1132	0,9936	0,1139	8,7769		30
	40	0,1161	0,9932	0,1169	8,5555		20
	50	0,1190	0,9929	0,1198	8,3450		10
7	0	0,1219	0,9925	0,1228	8,1443	83	0
	10	0,1248	0,9922	0,1257	7,9530		50
	20	0,1276	0,9918	0,1287	7,7704		40
	30	0,1305	0,9914	0,1317	7,5958		30
	40	0,1334	0,9911	0,1346	7,4287		20
	50	0,1363	0,9907	0,1376	7,2687		10
8	0	0,1392	0,9903	0,1405	7,1154	82	0
	10	0,1421	0,9899	0,1435	6,9682		50
	20	0,1449	0,9894	0,1465	6,8269		40
	30	0,1478	0,9890	0,1495	6,6912		30
	40	0,1507	0,9886	0,1524	6,5606		20
	50	0,1536	0,9881	0,1554	6,4348		10
9	0	0,1564	0,9877	0,1584	6,3138	81	0
	10	0,1593	0,9872	0,1614	6,1970		50
	20	0,1622	0,9868	0,1644	6,0844		40
	30	0,1650	0,9863	0,1673	5,9758		30
	40	0,1679	0,9858	0,1703	5,8708		20
	50	0,1708	0,9853	0,1733	5,7694		10
10	0	0,1736	0,9848	0,1763	5,6713	80	0
Grad	Min.	Cosinus	Sinus	Co-tangente	Tangente	Grad	Min.
Winkel						Winkel	

Winkel Grad	Winkel Min.	Sinus	Cosinus	Tangente	Cotangente	Winkel Grad	Winkel Min.
10	0	0,1736	0,9848	0,1763	5,6713	80	0
	10	0,1765	0,9843	0,1793	5,5764		50
	20	0,1794	0,9838	0,1823	5,4845		40
	30	0,1822	0,9833	0,1853	5,3955		30
	40	0,1851	0,9827	0,1883	5,3093		20
	50	0,1880	0,9822	0,1914	5,2257		10
11	0	0,1908	0,9816	0,1944	5,1446	79	0
	10	0,1937	0,9811	0,1974	5,0658		50
	20	0,1965	0,9805	0,2004	4,9894		40
	30	0,1994	0,9799	0,2035	4,9152		30
	40	0,2022	0,9793	0,2065	4,8430		20
	50	0,2051	0,9787	0,2095	4,7729		10
12	0	0,2079	0,9781	0,2126	4,7046	78	0
	10	0,2108	0,9775	0,2156	4,6382		50
	20	0,2136	0,9769	0,2186	4,5736		40
	30	0,2164	0,9763	0,2217	4,5107		30
	40	0,2193	0,9757	0,2247	4,4494		20
	50	0,2221	0,9750	0,2278	4,3897		10
13	0	0,2250	0,9744	0,2309	4,3315	77	0
	10	0,2278	0,9737	0,2339	4,2747		50
	20	0,2306	0,9730	0,2370	4,2193		40
	30	0,2334	0,9724	0,2401	4,1653		30
	40	0,2363	0,9717	0,2432	4,1126		20
	50	0,2391	0,9710	0,2462	4,0611		10
14	0	0,2419	0,9703	0,2493	4,0108	76	0
	10	0,2447	0,9696	0,2524	3,9617		50
	20	0,2476	0,9689	0,2555	3,9136		40
	30	0,2504	0,9681	0,2586	3,8667		30
	40	0,2532	0,9674	0,2617	3,8208		20
	50	0,2560	0,9667	0,2648	3,7760		10
15	0	0,2588	0,9659	0,2679	3,7321	75	0
Grad	Min.	Cosinus	Sinus	Cotangente	Tangente	Grad	Min.
Winkel						Winkel	

Winkel Grad	Winkel Min.	Sinus	Cosinus	Tangente	Co-tangente	Winkel Grad	Winkel Min.
15	0	0,2588	0,9659	0,2679	3,7321	75	0
	10	0,2616	0,9652	0,2711	3,6891		50
	20	0,2644	0,9644	0,2742	3,6470		40
	30	0,2672	0,9636	0,2773	3,6059		30
	40	0,2700	0,9628	0,2805	3,5656		20
	50	0,2728	0,9621	0,2836	3,5261		10
16	0	0,2756	0,9613	0,2867	3,4874	74	0
	10	0,2784	0,9605	0,2899	3,4495		50
	20	0,2812	0,9596	0,2931	3,4124		40
	30	0,2840	0,9588	0,2962	3,3759		30
	40	0,2868	0,9580	0,2994	3,3402		20
	50	0,2896	0,9572	0,3026	3,3052		10
17	0	0,2924	0,9563	0,3057	3,2709	73	0
	10	0,2952	0,9555	0,3089	3,2371		50
	20	0,2979	0,9546	0,3121	3,2041		40
	30	0,3007	0,9537	0,3153	3,1716		30
	40	0,3035	0,9528	0,3185	3,1397		20
	50	0,3062	0,9520	0,3217	3,1084		10
18	0	0,3090	0,9511	0,3249	3,0777	72	0
	10	0,3118	0,9502	0,3281	3,0475		50
	20	0,3145	0,9492	0,3314	3,0178		40
	30	0,3173	0,9483	0,3346	2,9887		30
	40	0,3201	0,9474	0,3378	2,9600		20
	50	0,3228	0,9465	0,3411	2,9319		10
19	0	0,3256	0,9455	0,3443	2,9042	71	0
	10	0,3283	0,9446	0,3476	2,8770		50
	20	0,3311	0,9436	0,3508	2,8502		40
	30	0,3338	0,9426	0,3541	2,8239		30
	40	0,3365	0,9417	0,3574	2,7980		20
	50	0,3393	0,9407	0,3607	2,7725		10
20	0	0,3420	0,9397	0,3640	2,7475	70	0
Winkel Grad	Winkel Min.	Cosinus	Sinus	Co-tangente	Tangente	Winkel Grad	Winkel Min.

Winkel Grad	Winkel Min.	Sinus	Cosinus	Tangente	Co-tangente	Winkel Grad	Winkel Min.
20	0	0,3420	0,9397	0,3640	2,7475	70	0
	10	0,3448	0,9387	0,3673	2,7228		50
	20	0,3475	0,9377	0,3706	2,6985		40
	30	0,3502	0,9367	0,3739	2,6746		30
	40	0,3529	0,9356	0,3772	2,6511		20
	50	0,3557	0,9346	0,3805	2,6279		10
21	0	0,3584	0,9336	0,3839	2,6051	69	0
	10	0,3611	0,9325	0,3872	2,5826		50
	20	0,3638	0,9315	0,3906	2,5605		40
	30	0,3665	0,9304	0,3939	2,5386		30
	40	0,3692	0,9293	0,3973	2,5172		20
	50	0,3719	0,9283	0,4006	2,4960		10
22	0	0,3746	0,9272	0,4040	2,4751	68	0
	10	0,3773	0,9261	0,4074	2,4545		50
	20	0,3800	0,9250	0,4108	2,4342		40
	30	0,3827	0,9239	0,4142	2,4142		30
	40	0,3854	0,9228	0,4176	2,3945		20
	50	0,3881	0,9216	0,4210	2,3750		10
23	0	0,3907	0,9205	0,4245	2,3559	67	0
	10	0,3934	0,9194	0,4279	2,3369		50
	20	0,3961	0,9182	0,4314	2,3183		40
	30	0,3987	0,9171	0,4348	2,2998		30
	40	0,4014	0,9159	0,4383	2,2817		20
	50	0,4041	0,9147	0,4417	2,2637		10
24	0	0,4067	0,9135	0,4452	2,2460	66	0
	10	0,4094	0,9124	0,4487	2,2286		50
	20	0,4120	0,9112	0,4522	2,2113		40
	30	0,4147	0,9100	0,4557	2,1943		30
	40	0,4173	0,9088	0,4592	2,1775		20
	50	0,4200	0,9075	0,4628	2,1609		10
25	0	0,4226	0,9063	0,4663	2,1445	65	0
Grad	Min.	Cosinus	Sinus	Co-tangente	Tangente	Grad	Min.
Winkel						Winkel	

Winkel Grad	Winkel Min.	Sinus	Cosinus	Tangente	Co-tangente	Winkel Grad	Winkel Min.
25	0	0,4226	0,9063	0,4663	2,1445	65	0
	10	0,4253	0,9051	0,4699	2,1283		50
	20	0,4279	0,9038	0,4734	2,1123		40
	30	0,4305	0,9026	0,4770	2,0965		30
	40	0,4331	0,9013	0,4806	2,0809		20
	50	0,4358	0,9001	0,4841	2,0655		10
26	0	0,4384	0,8988	0,4877	2,0503	64	0
	10	0,4410	0,8975	0,4913	2,0353		50
	20	0,4436	0,8962	0,4950	2,0204		40
	30	0,4462	0,8949	0,4986	2,0057		30
	40	0,4488	0,8936	0,5022	1,9912		20
	50	0,4514	0,8923	0,5059	1,9768		10
27	0	0,4540	0,8910	0,5095	1,9626	63	0
	10	0,4566	0,8897	0,5132	1,9486		50
	20	0,4592	0,8884	0,5169	1,9347		40
	30	0,4617	0,8870	0,5206	1,9210		30
	40	0,4643	0,8857	0,5243	1,9074		20
	50	0,4669	0,8843	0,5280	1,8940		10
28	0	0,4695	0,8829	0,5317	1,8807	62	0
	10	0,4720	0,8816	0,5354	1,8676		50
	20	0,4746	0,8802	0,5392	1,8546		40
	30	0,4772	0,8788	0,5430	1,8418		30
	40	0,4797	0,8774	0,5467	1,8291		20
	50	0,4823	0,8760	0,5505	1,8165		10
29	0	0,4848	0,8746	0,5543	1,8040	61	0
	10	0,4874	0,8732	0,5581	1,7917		50
	20	0,4899	0,8718	0,5619	1,7796		40
	30	0,4924	0,8704	0,5658	1,7675		30
	40	0,4950	0,8689	0,5696	1,7556		20
	50	0,4975	0,8675	0,5735	1,7437		10
30	0	0,5000	0,8660	0,5774	1,7321	60	0
Grad	Min.	Cosinus	Sinus	Co-tangente	Tangente	Grad	Min.
Winkel						Winkel	

Winkel Grad	Winkel Min.	Sinus	Cosinus	Tangente	Cotangente	Winkel Grad	Winkel Min.
30	0	0,5000	0,8660	0,5774	1,7321	60	0
	10	0,5025	0,8646	0,5812	1,7205		50
	20	0,5050	0,8631	0,5851	1,7090		40
	30	0,5075	0,8616	0,5890	1,6977		30
	40	0,5100	0,8601	0,5930	1,6864		20
	50	0,5125	0,8587	0,5969	1,6753		10
31	0	0,5150	0,8572	0,6009	1,6643	59	0
	10	0,5175	0,8557	0,6048	1,6534		50
	20	0,5200	0,8542	0,6088	1,6426		40
	30	0,5225	0,8526	0,6128	1,6319		30
	40	0,5250	0,8511	0,6168	1,6212		20
	50	0,5275	0,8496	0,6208	1,6107		10
32	0	0,5299	0,8480	0,6249	1,6003	58	0
	10	0,5324	0,8465	0,6289	1,5900		50
	20	0,5348	0,8450	0,6330	1,5798		40
	30	0,5373	0,8434	0,6371	1,5697		30
	40	0,5398	0,8418	0,6412	1,5597		20
	50	0,5422	0,8403	0,6453	1,5497		10
33	0	0,5446	0,8387	0,6494	1,5399	57	0
	10	0,5471	0,8371	0,6536	1,5301		50
	20	0,5495	0,8355	0,6577	1,5204		40
	30	0,5519	0,8339	0,6619	1,5108		30
	40	0,5544	0,8323	0,6661	1,5013		20
	50	0,5568	0,8307	0,6703	1,4919		10
34	0	0,5592	0,8290	0,6745	1,4826	56	0
	10	0,5616	0,8274	0,6787	1,4733		50
	20	0,5640	0,8258	0,6830	1,4641		40
	30	0,5664	0,8241	0,6873	1,4550		30
	40	0,5688	0,8225	0,6916	1,4460		20
	50	0,5712	0,8208	0,6959	1,4370		10
35	0	0,5736	0,8192	0,7002	1,4281	55	0
Grad	Min.					Grad	Min.
Winkel		Cosinus	Sinus	Cotangente	Tangente	Winkel	

Winkel Grad	Winkel Min.	Sinus	Cosinus	Tangente	Co-tangente	Winkel Grad	Winkel Min.
35	0	0,5736	0,8192	0,7002	1,4281	55	0
	10	0,5760	0,8175	0,7046	1,4193		50
	20	0,5783	0,8158	0,7089	1,4106		40
	30	0,5807	0,8141	0,7133	1,4019		30
	40	0,5831	0,8124	0,7177	1,3934		20
	50	0,5854	0,8107	0,7221	1,3848		10
36	0	0,5878	0,8090	0,7265	1,3764	54	0
	10	0,5901	0,8073	0,7310	1,3680		50
	20	0,5925	0,8056	0,7355	1,3597		40
	30	0,5948	0,8039	0,7400	1,3514		30
	40	0,5972	0,8021	0,7445	1,3432		20
	50	0,5995	0,8004	0,7490	1,3351		10
37	0	0,6018	0,7986	0,7536	1,3270	53	0
	10	0,6041	0,7969	0,7581	1,3190		50
	20	0,6065	0,7951	0,7627	1,3111		40
	30	0,6088	0,7934	0,7673	1,3032		30
	40	0,6111	0,7916	0,7720	1,2954		20
	50	0,6134	0,7898	0,7766	1,2876		10
38	0	0,6157	0,7880	0,7813	1,2799	52	0
	10	0,6180	0,7862	0,7860	1,2723		50
	20	0,6202	0,7844	0,7907	1,2647		40
	30	0,6225	0,7826	0,7954	1,2572		30
	40	0,6248	0,7808	0,8002	1,2497		20
	50	0,6271	0,7790	0,8050	1,2423		10
39	0	0,6293	0,7771	0,8098	1,2349	51	0
	10	0,6316	0,7753	0,8146	1,2276		50
	20	0,6338	0,7735	0,8195	1,2203		40
	30	0,6361	0,7716	0,8243	1,2131		30
	40	0,6383	0,7698	0,8292	1,2059		20
	50	0,6406	0,7679	0,8342	1,1988		10
40	0	0,6428	0,7660	0,8391	1,1918	50	0
Grad	Min.	Cosinus	Sinus	Co-tangente	Tangente	Grad	Min.
Winkel						Winkel	

Winkel Grad	Winkel Min.	Sinus	Cosinus	Tangente	Co-tangente	Winkel Grad	Winkel Min.
40	0	0,6428	0,7660	0,8391	1,1918	50	0
	10	0,6450	0,7642	0,8441	1,1847		50
	20	0,6472	0,7623	0,8491	1,1778		40
	30	0,6494	0,7604	0,8541	1,1708		30
	40	0,6517	0,7585	0,8591	1,1640		20
	50	0,6539	0,7566	0,8642	1,1571		10
41	0	0,6561	0,7547	0,8693	1,1504	49	0
	10	0,6583	0,7528	0,8744	1,1436		50
	20	0,6604	0,7509	0,8796	1,1369		40
	30	0,6626	0,7490	0,8847	1,1303		30
	40	0,6648	0,7470	0,8899	1,1237		20
	50	0,6670	0,7451	0,8952	1,1171		10
42	0	0,6691	0,7431	0,9004	1,1106	48	0
	10	0,6713	0,7412	0,9057	1,1041		50
	20	0,6734	0,7392	0,9110	1,0977		40
	30	0,6756	0,7373	0,9163	1,0913		30
	40	0,6777	0,7353	0,9217	1,0850		20
	50	0,6799	0,7333	0,9271	1,0786		10
43	0	0,6820	0,7314	0,9325	1,0724	47	0
	10	0,6841	0,7294	0,9380	1,0661		50
	20	0,6862	0,7274	0,9435	1,0599		40
	30	0,6884	0,7254	0,9490	1,0538		30
	40	0,6905	0,7234	0,9545	1,0477		20
	50	0,6926	0,7214	0,9601	1,0416		10
44	0	0,6947	0,7193	0,9657	1,0355	46	0
	10	0,6967	0,7173	0,9713	1,0295		50
	20	0,6988	0,7153	0,9770	1,0235		40
	30	0,7009	0,7133	0,9827	1,0176		30
	40	0,7030	0,7112	0,9884	1,0117		20
	50	0,7050	0,7092	0,9942	1,0058		10
45	0	0,7071	0,7071	1,0000	1,0000	45	0
Winkel Grad	Winkel Min.	Cosinus	Sinus	Co-tangente	Tangente	Winkel Grad	Winkel Min.

Druck von Gebrüder Stiepel in Reichenberg.

